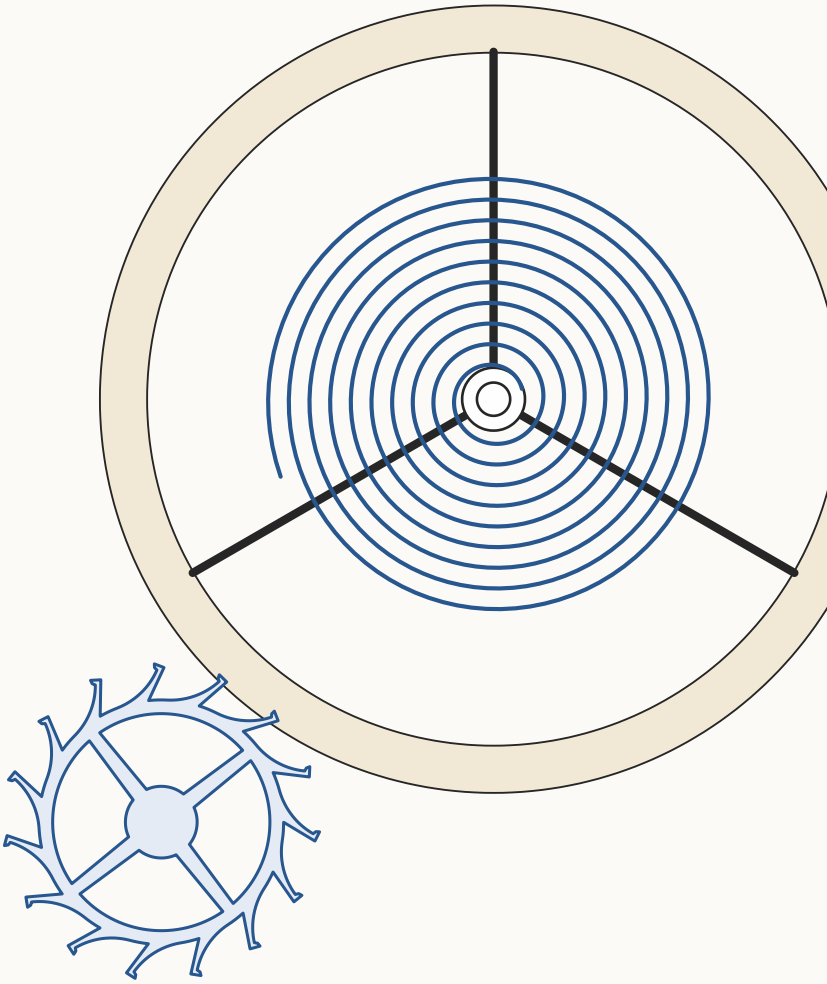
FORMACIÓN · EXAMEN DE MAESTRÍA · TALLER

Formulario de relojería

Fórmulas, esquemas y ejemplos resueltos para relojes de pulsera, de bolsillo, de pared y de pie



Robin Israel
Maestro relojero · R.I.O. Uhrenwerkstätte Oppenheim
Presidente de la Hessische Uhrmacherschule

Edición Oficio 2026

Cómo leer este formulario

Cada fórmula ocupa su propia ficha: arriba el nombre, el número y el nivel; debajo la fórmula, despejada donde ayuda, y al lado la tabla de todas las magnitudes con su unidad. Siguen, en una frase, las condiciones en las que vale la fórmula y un ejemplo resuelto con números y unidades. Damos por sabido el despeje de fórmulas; las formas despejadas solo figuran donde se necesitan constantemente en el taller.

Niveles

OFICIAL — Conocimientos básicos para la formación y el examen de oficial.

MAESTRO — Materia del examen de maestría.

AMPLIACIÓN — Fundamentos y construcción; no se calculan en el examen, pero ayudan a entender lo que ocurre en el reloj.

Notación

Las fracciones se escriben siempre apiladas, nunca con barra. Entre factores va un punto de multiplicación, los decimales llevan coma y los números grandes, espacios finos: $86\,400$.

La mayoría de las fórmulas son **ecuaciones entre magnitudes**: se introducen número y unidad, y las unidades se calculan con ellos. Se admite cualquier unidad adecuada, siempre que se convierta correctamente. Unas pocas fórmulas de taller son **ecuaciones numéricas**; llevan la indicación «Ecuación numérica» y solo valen con las unidades exactas de su tabla de magnitudes.

Las fórmulas con «≈» son aproximaciones. Hasta dónde llegan lo indica «Validez».

Marcha, oscilación y alternancia

La marcha G es la desviación diaria de un reloj en segundos ($\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$). Más significa: el reloj adelanta. Menos significa: atrasa.

Una **oscilación** es ida y vuelta; su duración es el período de oscilación T, y la frecuencia f cuenta oscilaciones completas por segundo (Hz). Una **alternancia** es una semioscilación. El número de alternancias n_h cuenta semioscilaciones, en los relojes pequeños por hora (A/h): $28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$ son $4\ \mathrm{Hz}$.

En este formulario T es un tiempo (solo en los ajustes del capítulo XL 9 es la tolerancia). Las temperaturas se designan ϑ, y las variaciones de temperatura, $\Delta\vartheta$.

Ángulos

En las funciones trigonométricas ($\sin$, $\cos$, $\tan$) un ángulo puede ir en grados; la calculadora debe estar entonces en grados. En cambio, si un ángulo aparece en una fórmula como factor o como potencia, se introduce en radianes: grados por $\frac{\pi}{180}$. La tabla de magnitudes indica en cada caso qué forma se usa.

Mismo símbolo, otro significado

Los símbolos principales significan lo mismo en todas partes. Donde un capítulo usa un símbolo con otro sentido, por ejemplo A para una superficie en lugar de la amplitud, se indica en la introducción del capítulo y en la tabla de magnitudes de la fórmula. La tabla de magnitudes siempre prevalece.

Edición Oficio y edición XL

Esta edición contiene las fórmulas del reloj: órgano motor, tren de engranajes, órgano regulador, escape, control de marcha, reloj de cuarzo, tiempo y calendario. Los fundamentos generales de matemáticas, mecánica, electrotecnia, fabricación, materiales y estadística figuran en la edición XL. Una referencia con la indicación «XL» remite a ella e indica el número de la edición XL.

© 2026 Robin Israel. Licencia CC BY-NC-SA 4.0: este formulario puede compartirse y adaptarse gratuitamente, citando al autor, sin fines comerciales y en las mismas condiciones. creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0

Índice

1 Órgano motor 5
1.1 Muelle real en el barrilete: geometría 5
1.2 Par y energía del muelle real 11
1.3 Autonomía 16
1.4 accionamiento por peso 19
1.5 Caracol y cadena 21
1.6 Potencia del órgano motor 22
1.7 Cuerda y puesta en hora 24

2 Tren de engranajes y dentado 29
2.1 Relación de transmisión 29
2.2 Cálculo del tren de rodaje 33
2.3 Minutería 36
2.4 Geometría del dentado 38
2.5 Sonería 50
2.6 Calendario y fases lunares 52
2.7 Rendimiento del tren de engranajes 55

3 Órgano regulador: volante y espiral 57
3.1 Oscilación del volante 57
3.2 Espiral 60
3.3 Volante 66
3.4 Reglaje a partir de valores nominales y reales 70
3.5 Temperatura 72
3.6 Energía y factor de calidad 75
3.7 Isocronismo 77

4 Péndulo 79
4.1 Péndulo matemático 79
4.2 Regulación por la longitud del péndulo 82
4.3 Péndulo físico 87
4.4 Amplitud y error circular 89
4.5 Temperatura y lugar de instalación 90

5 Escapes 94
5.1 Magnitudes básicas de todos los escapes 94
5.2 Escape de áncora suizo: geometría 97
5.3 Fuerza y energía 106
5.4 El escape en el cronocomparador 108
5.5 Escapes del reloj grande 109
5.6 Otros escapes 111

6 Control de marcha y medición 113
6.1 Estado y marcha 113
6.2 Cronocomparador 116
6.3 Posiciones e indicadores 122
6.4 Control de cronómetros 125
6.5 Hermeticidad y presión 127
6.6 Magnetismo y choques 130
6.7 Error de lectura y dispersión 131

7 Reloj de cuarzo y pila 132
7.1 Pila 132
7.2 Cuarzo y divisor de frecuencia 135
7.3 Motor paso a paso 138
7.4 Mediciones en el reloj de cuarzo 141

8 Tiempo y calendario 143
8.1 Día y año 143
8.2 Calendario 145
8.3 Ecuación de tiempo 147
8.4 Hora local y hora del huso 149
8.5 Fase lunar 150
8.6 Escalas del cronógrafo 151

Símbolos 156

Índice alfabético 164

1 Órgano motor

El órgano motor suministra la energía que consumen el tren de engranajes, el escape y el órgano regulador. En el reloj pequeño y en muchos relojes grandes la almacena un muelle real en el barrilete; en el reloj de péndulo, a menudo un peso. El muelle es compacto, pero su par disminuye a medida que se desarma. El peso necesita altura de caída, pero a cambio tira siempre con la misma fuerza.

Se calcula con las unidades del taller: medidas en mm, fuerzas en N, pares en $\mathrm{N}\cdot\mathrm{mm}$. Cómo llega el par a través del tren de engranajes hasta el escape se explica en el capítulo 2. A diferencia del uso habitual, en este capítulo P designa la potencia y m la masa del peso; N cuenta espiras, vueltas del barrilete y revoluciones.

1.1 Muelle real en el barrilete: geometría

El muelle real está enrollado en el barrilete formando un paquete: desarmado, contra la pared; armado, alrededor del núcleo del árbol. Para el cálculo suponemos las espiras juntas unas con otras. Entonces el muelle cubre en ambos estados la misma superficie, es decir, longitud por espesor de la lámina. De ello se deducen todas las fórmulas de esta sección.

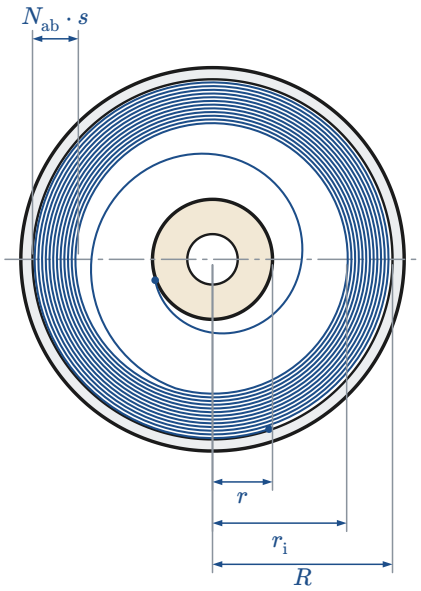


Fig. 1.1 Desarmado: el paquete está contra la pared y llega por dentro hasta r_{i}

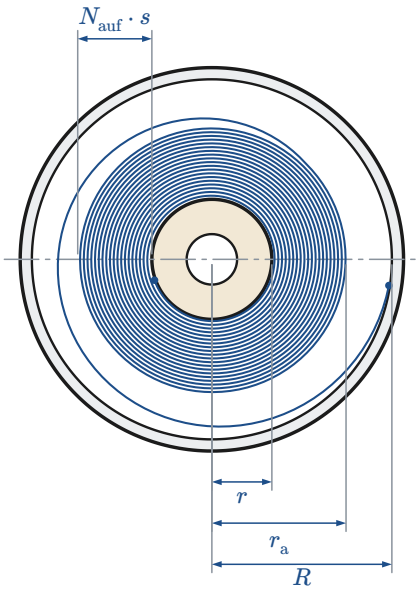


Fig. 1.2 Armado: el paquete está junto al núcleo y llega por fuera hasta r_{a}

Radio del núcleo del árbol (valor orientativo)

(1.1) APROXIMACIÓN OFICIAL

$$r \approx \frac{R}{3}$$

r	Radio (del núcleo del árbol)	mm
R	Radio interior (del barrilete)	mm

El núcleo del árbol ocupa aproximadamente un tercio del radio interior. Un núcleo más delgado daría más vueltas, pero curva demasiado la espira más interior.

Validez: valor orientativo para relojes pequeños y grandes.

Conviene saber: Segunda condición: según el material del muelle, el radio del núcleo debe ser como mínimo de unas 10 a 16 veces el espesor de la lámina (valor orientativo). Un núcleo más delgado curva demasiado el muelle; este se fatiga junto al núcleo y se rompe allí.

EJEMPLO Un barrilete tiene 11,4 mm de diámetro interior, es decir, 5,7 mm de radio. ¿Qué radio debe tener el núcleo del árbol?

Datos: $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} r &\approx \frac{R}{3} \\ &= \frac{5{,}7\,\mathrm{mm}}{3} \\ &= 1{,}9\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El núcleo lleva unos 1,9 mm de radio, es decir, 3,8 mm de diámetro. Con una lámina de 0,12 mm, esto es casi 16 veces el espesor de la lámina.

Espiras del muelle armado

(1.2) MAESTRO

$$N_{\text{auf}} = \frac{\sqrt{r^2 + \dfrac{l \cdot s}{\pi}} - r}{s}$$

N_{auf}	Espiras del muelle armado (junto al núcleo)	1
r	Radio (del núcleo del árbol)	mm
l	Longitud (del muelle real)	mm
s	Espesor de la lámina (grosor del muelle)	mm

La raíz es el radio exterior r_{a} del paquete armado. Se deduce de la igualdad de superficies $l \cdot s = \pi \cdot (r_{\text{a}}^2 - r^2)$. El ancho del paquete $r_{\text{a}} - r$ dividido entre el espesor de la lámina da las espiras.

Validez: espiras juntas unas con otras; no se cuentan los extremos del muelle, el gancho ni la brida.

EJEMPLO Un muelle real de 420 mm de longitud y 0,12 mm de espesor está armado alrededor de un núcleo de 1,9 mm de radio. ¿Cuántas espiras tiene el paquete?

Datos: $r = 1{,}9\,\mathrm{mm}; \quad l = 420\,\mathrm{mm}; \quad s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} N_{\text{auf}} &= \frac{\sqrt{r^2 + \dfrac{l \cdot s}{\pi}} - r}{s} \\ &= \frac{\sqrt{(1{,}9\,\mathrm{mm})^2 + \dfrac{420\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}12\,\mathrm{mm}}{\pi}} - 1{,}9\,\mathrm{mm}}{0{,}12\,\mathrm{mm}} \\ &\approx 21{,}1 \end{aligned}$$

Unas 21 espiras. El paquete llega hasta el radio de 4,43 mm.

Espiras del muelle desarmado

(1.3) MAESTRO

$$N_{\text{ab}} = \frac{R - \sqrt{R^2 - \dfrac{l \cdot s}{\pi}}}{s}$$

N_{ab}	Espiras del muelle desarmado (contra la pared)	1
R	Radio interior (del barrilete)	mm
l	Longitud (del muelle real)	mm
s	Espesor de la lámina (grosor del muelle)	mm

Aquí la raíz es el radio interior r_{i} del paquete contra la pared, de nuevo a partir de la igualdad de superficies: $l \cdot s = \pi \cdot (R^2 - r_{\text{i}}^2)$.

Validez: espiras juntas contra la pared. El muelle debe caber en el barrilete: $l \cdot s$ menor que $\pi \cdot (R^2 - r^2)$.

EJEMPLO El mismo muelle (420 mm de largo, 0,12 mm de espesor) está desarmado contra la pared de un barrilete de 5,7 mm de radio interior.

Datos: $R = 5{,}7\,\text{mm}$; $l = 420\,\text{mm}$; $s = 0{,}12\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} N_{\text{ab}} &= \frac{R - \sqrt{R^2 - \dfrac{l \cdot s}{\pi}}}{s} \\ &= \frac{5{,}7\,\text{mm} - \sqrt{(5{,}7\,\text{mm})^2 - \dfrac{420\,\text{mm} \cdot 0{,}12\,\text{mm}}{\pi}}}{0{,}12\,\text{mm}} \\ &\approx 13{,}7 \end{aligned}$$

Casi 14 espiras. Por dentro, el paquete termina en el radio de 4,06 mm.

Vueltas del barrilete

(1.4) OFICIAL

$$N = N_{\text{auf}} - N_{\text{ab}}$$

N	Vueltas (del barrilete)	1
N_{auf}	Espiras del muelle armado (junto al núcleo)	1
N_{ab}	Espiras del muelle desarmado (contra la pared)	1

Al desarmarse, las espiras pasan del núcleo a la pared. El barrilete gira entonces tantas vueltas como espiras de más tiene el muelle armado respecto al desarmado.

Validez: espiras contadas en ambos estados dentro del barrilete. El valor es el límite superior: los extremos del muelle no trabajan; en la práctica falta hasta una vuelta.

EJEMPLO El muelle de los dos ejemplos anteriores tiene 21,1 espiras armado y 13,7 desarmado.

Datos: $N_{\text{auf}} = 21{,}1$; $N_{\text{ab}} = 13{,}7$

$$\begin{aligned} N &= N_{\text{auf}} - N_{\text{ab}} \\ &= 21{,}1 - 13{,}7 \\ &= 7{,}4 \end{aligned}$$

El barrilete da, según el cálculo, 7,4 vueltas.

Longitud óptima del muelle

(1.5) MAESTRO

$$l = \frac{\pi \cdot \left(R^2 - r^2\right)}{2 \cdot s}$$

El mayor número de vueltas lo da el muelle que cubre exactamente la mitad de la superficie libre entre el núcleo y la pared. Un muelle más corto tiene muy pocas espiras; uno más largo no les deja sitio para desenrollarse.

Validez: espiras juntas; no incluye suplemento para la fijación de los extremos.

l	Longitud (del muelle real)	mm
R	Radio interior (del barrilete)	mm
r	Radio (del núcleo del árbol)	mm
s	Espesor de la lámina (grosor del muelle)	mm

Conviene saber: El máximo es plano (fig. 1.3). En el ejemplo, un muelle un 20 % más corto o más largo solo pierde un 3 % de las vueltas. La longitud no importa al milímetro; el espesor de la lámina, en cambio, mucho (sección 1.2).

EJEMPLO ¿Qué longitud es la óptima para una lámina de 0,12 mm en un barrilete de 5,7 mm de radio interior y 1,9 mm de radio del núcleo?

Datos: $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$; $r = 1{,}9\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$

$$l = \frac{\pi \cdot \left(R^2 - r^2\right)}{2 \cdot s}$$
$$= \frac{\pi \cdot \left((5{,}7\,\mathrm{mm})^2 - (1{,}9\,\mathrm{mm})^2\right)}{2 \cdot 0{,}12\,\mathrm{mm}}$$
$$\approx 378\,\mathrm{mm}$$

Unos 378 mm. El muelle de 420 mm de los ejemplos anteriores es, por tanto, algo largo, pero apenas pierde vueltas por ello.

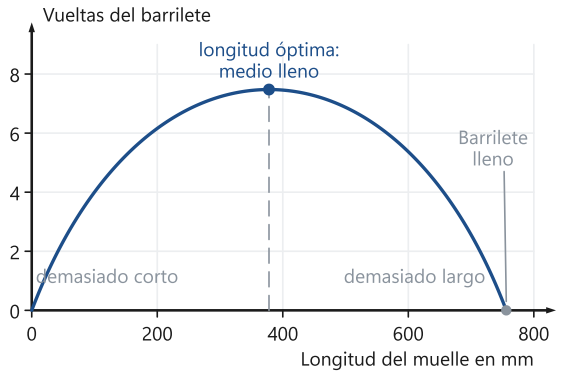


Fig. 1.3 Vueltas en función de la longitud del muelle, calculadas para $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$, $r = 1{,}9\,\mathrm{mm}$, $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$

Grado de llenado del barrilete

(1.6) MAESTRO

$$k_\mathrm{F} = \frac{l \cdot s}{\pi \cdot (R^2 - r^2)}$$

El grado de llenado indica si un muelle existente o pedido conviene al barrilete. Lo óptimo es 0,5.

Validez: espiras juntas.

k_F	Grado de llenado: fracción de la superficie libre que cubre el muelle	1
l	Longitud (del muelle real)	mm
s	Espesor de la lámina (grosor del muelle)	mm
R	Radio interior (del barrilete)	mm
r	Radio (del núcleo del árbol)	mm

EJEMPLO ¿Cuánto llena el barrilete (radio interior 5,7 mm, radio del núcleo 1,9 mm) el muelle de 420 mm de longitud y 0,12 mm de espesor?

Datos: $l = 420\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$; $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$; $r = 1{,}9\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} k_\mathrm{F} &= \frac{l \cdot s}{\pi \cdot (R^2 - r^2)} \\ &= \frac{420\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}12\,\mathrm{mm}}{\pi \cdot \left((5{,}7\,\mathrm{mm})^2 - (1{,}9\,\mathrm{mm})^2\right)} \\ &\approx 0{,}56 \end{aligned}$$

El muelle cubre el 56 % de la superficie libre, algo más que la mitad óptima.

Círculo divisorio con la longitud óptima

(1.7) MAESTRO

$$\rho = \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{2}}$$

Con la longitud óptima, el paquete armado llega exactamente tan hacia fuera como el desarmado hacia dentro. Este círculo divisorio divide la superficie libre en dos mitades iguales.

Validez: muelle de longitud óptima, grado de llenado 0,5.

ρ	Radio (del círculo divisorio)	mm
R	Radio interior (del barrilete)	mm
r	Radio (del núcleo del árbol)	mm

Conviene saber: Comprobación con el barrilete abierto: si el muelle desarmado llega más hacia dentro que el círculo divisorio, es demasiado largo. Si se queda más hacia fuera, es demasiado corto.

EJEMPLO ¿Dónde está el círculo divisorio en un barrilete de 5,7 mm de radio interior y 1,9 mm de radio del núcleo?

Datos: $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$; $r = 1{,}9\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} \rho &= \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{(5{,}7\,\mathrm{mm})^2 + (1{,}9\,\mathrm{mm})^2}{2}} \\ &\approx 4{,}25\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

En el radio de 4,25 mm. El paquete desarmado tiene entonces 1,45 mm de ancho; el armado, 2,35 mm.

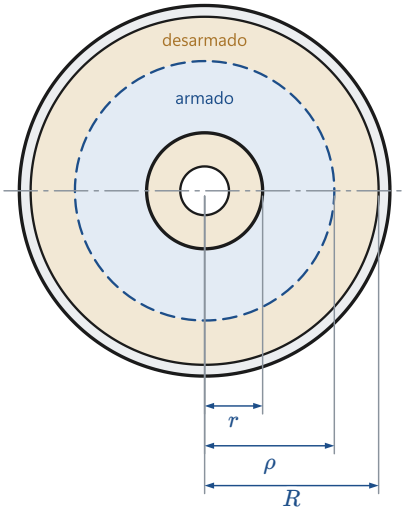


Fig. 1.4 El círculo divisorio ρ divide en dos la superficie libre: dentro queda el muelle armado; fuera, el desarmado

Número máximo de vueltas

(1.8) MAESTRO

$$N_{\max} = \frac{\sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)} - R - r}{s}$$

DESPEJADA $$s = \frac{\sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)} - R - r}{N_{\max}}$$

$N_{\max}$	Número máximo posible de vueltas del barrilete	1
R	Radio interior (del barrilete)	mm
r	Radio (del núcleo del árbol)	mm
s	Espesor de la lámina (grosor del muelle)	mm

Este es el número de vueltas posible con la longitud óptima del muelle. Despejada, la fórmula da el espesor de la lámina para un número de vueltas exigido.

Validez: muelle de longitud óptima (grado de llenado 0,5), espiras juntas. Límite superior teórico, como en la fórmula (1.4).

EJEMPLO ¿Cuántas vueltas como máximo da el barrilete (radio interior 5,7 mm, radio del núcleo 1,9 mm) con una lámina de 0,12 mm?

Datos: $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$; $r = 1{,}9\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$

$$N_{\max} = \frac{\sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)} - R - r}{s}$$

$$= \frac{\sqrt{2 \cdot \left((5{,}7\,\mathrm{mm})^2 + (1{,}9\,\mathrm{mm})^2\right)} - 5{,}7\,\mathrm{mm} - 1{,}9\,\mathrm{mm}}{0{,}12\,\mathrm{mm}}$$

$$\approx 7{,}5$$

Unas 7,5 vueltas. Con una lámina de 0,10 mm serían 9; con 0,14 mm, solo 6,4.

Valores orientativos para el radio del núcleo $r = \frac{1}{3}\,R$ y longitud óptima del muelle

Magnitud	Valor
radio del círculo divisorio	$\rho = 0{,}745 \cdot R$
ancho del paquete desarmado	$0{,}255 \cdot R$, aproximadamente un cuarto del radio interior
ancho del paquete armado	$0{,}412 \cdot R$
longitud óptima del muelle	$l = 1{,}40 \cdot \frac{R^2}{s}$
número máximo de vueltas	$N_{\max} = 0{,}157 \cdot \frac{R}{s}$

Calculado a partir de las fórmulas (1.5), (1.7) y (1.8). Los valores solo valen si el núcleo mide un tercio del radio interior.

Longitud del muelle a partir de las espiras del muelle desarmado

(1.9) OFICIAL

$$l = \pi \cdot (R + r_\mathrm{i}) \cdot N_\mathrm{ab}$$

l	Longitud (del muelle real)	mm
R	Radio interior (del barrilete)	mm
r_i	Radio interior del paquete del muelle desarmado	mm
N_ab	Espiras del muelle desarmado (contra la pared)	1

La longitud es el perímetro medio del paquete por el número de espiras. Así puede determinarse la longitud del muelle sin sacarlo. El espesor de la lámina se obtiene del ancho del paquete: $s = (R - r_\mathrm{i}) : N_\mathrm{ab}$.

Validez: espiras juntas contra la pared. No se cuenta el tramo entre el paquete y el núcleo; el muelle real es aproximadamente una espira interior más largo.

EJEMPLO En un barrilete de 5,7 mm de radio interior, el muelle desarmado está contra la pared con 13,75 espiras. El borde interior del paquete tiene 4,05 mm de radio.

Datos: $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$; $r_\mathrm{i} = 4{,}05\,\mathrm{mm}$; $N_\mathrm{ab} = 13{,}75$

$$\begin{aligned} l &= \pi \cdot (R + r_\mathrm{i}) \cdot N_\mathrm{ab} \\ &= \pi \cdot (5{,}7\,\mathrm{mm} + 4{,}05\,\mathrm{mm}) \cdot 13{,}75 \\ &\approx 421\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

En el paquete hay unos 421 mm de muelle. El espesor de la lámina es 1,65 mm dividido entre 13,75, es decir, 0,12 mm.

Regla: El muelle debe llenar la mitad de la superficie libre del barrilete. A partir de ahí, solo una lámina más delgada da más vueltas.

1.2 Par y energía del muelle real

El muelle armado tiende a recuperar su forma y con ello hace girar el barrilete. Su par depende sobre todo del espesor de la lámina; la energía almacenada, del volumen del muelle y del material.

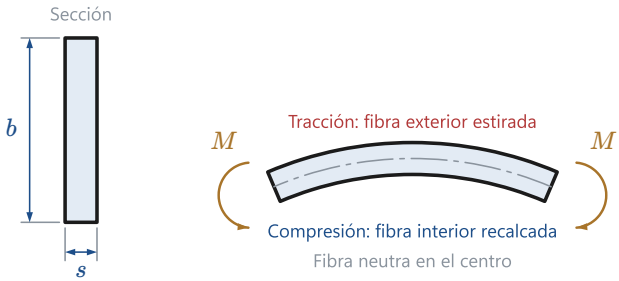


Fig. 1.5 Sección de la lámina con altura b y espesor s (espesor exagerado); al flexionar, la cara exterior se alarga y la interior se comprime

Par del muelle real

(1.10) MAESTRO

$$M = \frac{E \cdot b \cdot s^3 \cdot \varphi}{12 \cdot l}$$

El par crece con el ángulo de torsión, con la altura de la lámina y con la tercera potencia del espesor. Un muelle más largo es más blando. Una vuelta corresponde a $\varphi = 2\pi$.

Validez: zona elástica, sección rectangular, las espiras no se tocan ni rozan entre sí. El ángulo se cuenta desde la forma libre del muelle fuera del barrilete.

M	Par (del muelle)	$\mathrm{N \cdot mm}$
E	Módulo de elasticidad (del material del muelle)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
b	Altura de la lámina (ancho del muelle)	mm
s	Espesor de la lámina (grosor del muelle)	mm
φ	Ángulo de torsión (respecto a la forma libre, en radianes)	rad
l	Longitud (del muelle real)	mm

Atención: En el barrilete hay espiras en contacto, junto al núcleo y contra la pared. No trabajan y rozan. Por eso la característica real no es una recta (fig. 1.6). La fórmula muestra de qué depende el par; el par de un muelle concreto se mide.

EJEMPLO Un muelle real ($E = 200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$, altura 1,3 mm, espesor 0,12 mm, longitud 420 mm) está tensado 12 vueltas respecto a su forma libre, es decir, 75,4 rad.

Datos: $E = 200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$; $b = 1{,}3\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$; $\varphi = 75{,}4\,\mathrm{rad}$; $l = 420\,\mathrm{mm}$

$$M = \frac{E \cdot b \cdot s^3 \cdot \varphi}{12 \cdot l}$$

$$= \frac{200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}} \cdot 1{,}3\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}12\,\mathrm{mm})^3 \cdot 75{,}4\,\mathrm{rad}}{12 \cdot 420\,\mathrm{mm}}$$

$$\approx 6{,}72\,\mathrm{N \cdot mm}$$

Unos 6,7 $\mathrm{N \cdot mm}$, un orden de magnitud habitual para el barrilete de un reloj de pulsera de caballero.

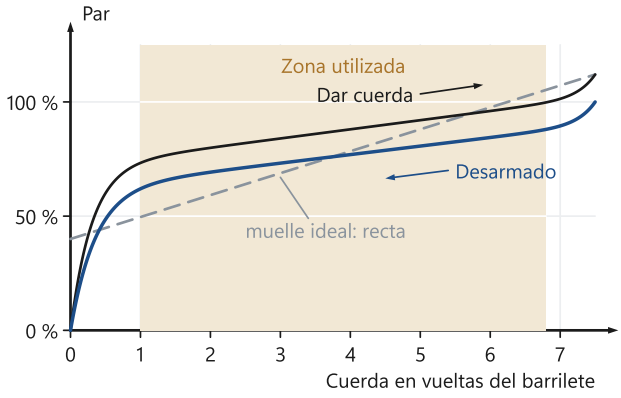


Fig. 1.6 Par en el barrilete al dar cuerda y al desarmarse (esquema de principio, no curva medida); 100 % es el par con el que empieza el desarme con la cuerda completa

La fig. 1.6 muestra la evolución en el barrilete. Al principio y al final el par cambia mucho; entre medias disminuye solo lentamente. Se aprovecha la parte plana. Al dar cuerda la curva está más alta que al desarmarse; la diferencia es el rozamiento entre las espiras. Los muelles en forma de S (fig. 1.8) están curvados, en estado libre, en sentido contrario a su posterior sentido de enrollado. Se solicitan de manera más uniforme a lo largo de toda su longitud y entregan un par más regular que los muelles de forma espiral simple.

Par máximo a partir de la tensión de flexión admisible

(1.11) MAESTRO

$$M_{\max} = \frac{\sigma_{\text{zul}} \cdot b \cdot s^2}{6}$$

$M_{\max}$	Par máximo transmisible elásticamente	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
σ_{zul}	Tensión de flexión admisible (límite de elasticidad del material del muelle)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
b	Altura de la lámina (ancho del muelle)	mm
s	Espesor de la lámina (grosor del muelle)	mm

La lámina no soporta elásticamente más par: la fibra exterior alcanza la tensión admisible. La fracción $\frac{b \cdot s^2}{6}$ es el módulo resistente del rectángulo (capítulo XL 2).

Validez: sección rectangular, flexión pura. Por encima del límite de elasticidad, el muelle se deforma de forma permanente: se cansa.

EJEMPLO ¿Qué par transmite una lámina de 1,3 mm de altura y 0,12 mm de espesor con una tensión de flexión admisible de $2500\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$?

Datos: $\sigma_{\text{zul}} = 2500\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$; $b = 1{,}3\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} M_{\max} &= \frac{\sigma_{\text{zul}} \cdot b \cdot s^2}{6} \\ &= \frac{2500\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}} \cdot 1{,}3\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}12\,\mathrm{mm})^2}{6} \\ &= 7{,}8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \end{aligned}$$

Como máximo 7,8 $\mathrm{N \cdot mm}$. El ejemplo anterior, con 6,72 $\mathrm{N \cdot mm}$, queda por debajo.

Materiales para muelles reales (valores orientativos)

Material	E en $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$	σ_{zul} en $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
acero para muelles (acero al carbono, templado y revenido)	206 000 … 210 000	1 500 … 2 000
aleación de cobalto, níquel y cromo (por ejemplo Nivaflex)	200 000 … 225 000	2 200 … 2 800

Valores orientativos aproximados para estimaciones. La tensión admisible depende mucho de la aleación, el grado de laminado y el tratamiento térmico. Lo determinante son los datos del fabricante del muelle. El módulo de elasticidad y la resistencia a la tracción de otros materiales están en la sección XL 2.7.

Influencia del espesor de la lámina

(1.12) OFICIAL

$$M_2 = M_1 \cdot \left(\frac{s_2}{s_1}\right)^3$$

M_2	Par del muelle de sustitución	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
M_1	Par del muelle original	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
s_2	Espesor de la lámina del muelle de sustitución	mm
s_1	Espesor de la lámina del muelle original	mm

El par varía con la tercera potencia del espesor de la lámina. Una sola centésima de milímetro ya se nota claramente.

Validez: misma altura de lámina, misma longitud, mismo material, mismo ángulo de torsión.

Atención: Una lámina más gruesa llena más el barrilete y da menos vueltas. Por eso, con otro espesor de lámina, hay que recalcular también la longitud y las vueltas según la sección 1.1.

EJEMPLO En lugar de un muelle de 0,12 mm de espesor y 6,0 $\mathrm{N \cdot mm}$ se monta uno de 0,125 mm. ¿Qué par resulta?

Datos: $M_1 = 6{,}0\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $s_2 = 0{,}125\,\mathrm{mm}$; $s_1 = 0{,}12\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} M_2 &= M_1 \cdot \left(\frac{s_2}{s_1}\right)^3 \\ &= 6{,}0\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot \left(\frac{0{,}125\,\mathrm{mm}}{0{,}12\,\mathrm{mm}}\right)^3 \\ &\approx 6{,}8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \end{aligned}$$

Unos 6,8 $\mathrm{N \cdot mm}$. La lámina, solo 0,005 mm más gruesa, da un 13 % más de par.

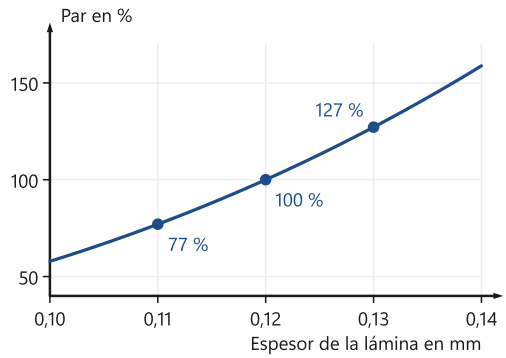


Fig. 1.7 El par crece con la tercera potencia del espesor de la lámina (100 % con $s = 0{,}12\,\text{mm}$)

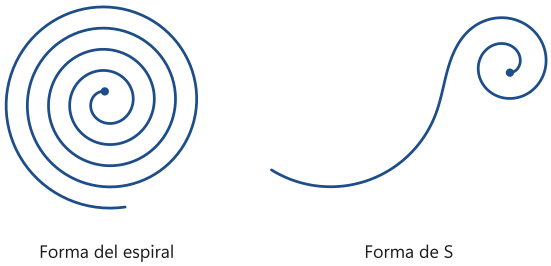


Fig. 1.8 Muelles reales libres: forma espiral simple y forma en S con contracurvatura

Muelle de sustitución de igual efecto

(1.13) OFICIAL

$$b_1 \cdot s_1^3 = b_2 \cdot s_2^3$$

DESPEJADA $s_2 = s_1 \cdot \sqrt[3]{\dfrac{b_1}{b_2}}$

Si el muelle original no está disponible, una lámina algo más gruesa compensa una altura menor, y viceversa. El par se mantiene si se mantiene el producto de la altura por la tercera potencia del espesor.

Validez: misma longitud, mismo material. El muelle de sustitución no puede ser más alto de lo que permite el barrilete.

b_1	Altura de la lámina del muelle original	mm
s_1	Espesor de la lámina del muelle original	mm
b_2	Altura de la lámina del muelle de sustitución	mm
s_2	Espesor de la lámina del muelle de sustitución	mm

EJEMPLO El muelle original mide 1,50 mm × 0,12 mm. Solo hay disponible un muelle de 1,40 mm de altura. ¿Qué espesor de lámina da el mismo par?

Datos: $s_1 = 0{,}12\,\text{mm}$; $b_1 = 1{,}50\,\text{mm}$; $b_2 = 1{,}40\,\text{mm}$

$$s_2 = s_1 \cdot \sqrt[3]{\frac{b_1}{b_2}}$$

$$= 0{,}12\,\text{mm} \cdot \sqrt[3]{\frac{1{,}50\,\text{mm}}{1{,}40\,\text{mm}}}$$

$$\approx 0{,}1228\,\text{mm}$$

Según el cálculo, casi 0,123 mm. De la lista se elige el espesor siguiente, aquí 0,125 mm, y se acepta algo más de par.

Energía almacenada del muelle ideal

(1.14) MAESTRO

$$W = \frac{M \cdot \varphi}{2}$$

Como el par aumenta uniformemente desde el estado libre, cuenta de media la mitad del par final. Vale $1\,\mathrm{N \cdot mm} = 1\,\mathrm{mJ}$.

Validez: muelle ideal con característica recta según la fórmula (1.10).

W	Trabajo (energía almacenada en el muelle, trabajo de tensado)	mJ
M	Par (del muelle)	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
φ	Ángulo de torsión (respecto a la forma libre, en radianes)	rad

EJEMPLO El muelle del ejemplo de la fórmula (1.10) tiene, a 75,4 rad, un par de 6,72 $\mathrm{N \cdot mm}$.

Datos: $M = 6{,}72\,\mathrm{N{\cdot}mm}; \quad \varphi = 75{,}4\,\mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} W &= \frac{M \cdot \varphi}{2} \\ &= \frac{6{,}72\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 75{,}4\,\mathrm{rad}}{2} \\ &\approx 253\,\mathrm{mJ} \end{aligned}$$

El muelle almacena unos 253 mJ, es decir, 0,25 J. De ellos solo es aprovechable la parte que entrega el barrilete al desarmarse (fórmula 3.16).

Energía máxima almacenable

(1.15) AMPLIACIÓN

$$W_{\max} = \frac{\sigma_{\mathrm{zul}}^2 \cdot b \cdot s \cdot l}{6 \cdot E}$$

El producto $b \cdot s \cdot l$ es el volumen del muelle. La energía almacenable crece, por tanto, con el volumen del muelle y con $\sigma_{\mathrm{zul}}^2 : E$. Por eso el barrilete recibe en el movimiento todo el espacio posible, y por eso compensan los materiales con un límite de elasticidad alto.

Validez: muelle ideal, flexionado en toda su longitud hasta la tensión admisible. Límite superior; los muelles reales no lo alcanzan.

$W_{\max}$	Energía máxima almacenable elásticamente	mJ
σ_{zul}	Tensión de flexión admisible	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
b	Altura de la lámina (ancho del muelle)	mm
s	Espesor de la lámina (grosor del muelle)	mm
l	Longitud (del muelle real)	mm
E	Módulo de elasticidad (del material del muelle)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$

EJEMPLO Muelle de 1,3 mm × 0,12 mm × 420 mm, $\sigma_{\mathrm{zul}} = 2500\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$, $E = 200\,000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$.

Datos: $\sigma_{\mathrm{zul}} = 2500\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}; \quad b = 1{,}3\,\mathrm{mm}; \quad s = 0{,}12\,\mathrm{mm}; \quad l = 420\,\mathrm{mm}; \quad E = 200\,000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$

$$\begin{aligned} W_{\max} &= \frac{\sigma_{\mathrm{zul}}^2 \cdot b \cdot s \cdot l}{6 \cdot E} \\ &= \frac{\left(2500\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}\right)^2 \cdot 1{,}3\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}12\,\mathrm{mm} \cdot 420\,\mathrm{mm}}{6 \cdot 200\,000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}} \\ &\approx 341\,\mathrm{mJ} \end{aligned}$$

Como máximo unos 0,34 J. Es la energía necesaria para elevar 35 g un metro.

Trabajo entregado al desarmarse

(1.16) OFICIAL

$$W = 2 \cdot \pi \cdot N \cdot M_{\mathrm{m}}$$

El trabajo es par por ángulo girado; en cada vuelta el barrilete gira 2π. El par medio se lee en la curva de desarme medida.

Validez: par promediado a lo largo del desarme.

W	Trabajo (entregado por el barrilete al desarmarse)	mJ
N	Vueltas (del barrilete)	1
M_{m}	Par medio a lo largo de esas vueltas	$\mathrm{N{\cdot}mm}$

EJEMPLO Un barrilete entrega de media $6{,}0\ \mathrm{N \cdot mm}$ a lo largo de 6,5 vueltas.

Datos: $N = 6{,}5$; $M_{\mathrm{m}} = 6{,}0\,\mathrm{N{\cdot}mm}$

$$\begin{aligned} W &= 2 \cdot \pi \cdot N \cdot M_{\mathrm{m}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot 6{,}5 \cdot 6{,}0\,\mathrm{N{\cdot}mm} \\ &\approx 245\,\mathrm{mJ} \end{aligned}$$

El movimiento recibe unos 245 mJ, casi un cuarto de julio para casi dos días de marcha.

Rendimiento del muelle real

(1.17) MAESTRO

$$\eta_{\mathrm{F}} = \frac{W_{\mathrm{ab}}}{W_{\mathrm{auf}}}$$

El rozamiento entre las espiras y contra la pared consume una parte del trabajo de dar cuerda. Láminas limpias y la grasa adecuada en el barrilete mantienen baja la pérdida.

Validez: ambos trabajos medidos sobre las mismas vueltas.

η_{F}	Rendimiento del muelle en el barrilete	1
W_{ab}	Trabajo entregado al desarmarse (área bajo la curva de desarme)	mJ
W_{auf}	Trabajo empleado al dar cuerda (área bajo la curva de armado)	mJ

EJEMPLO El barrilete del ejemplo anterior entrega 245 mJ al desarmarse. Al dar cuerda se emplearon 288 mJ sobre las mismas vueltas.

Datos: $W_{\mathrm{ab}} = 245\,\mathrm{mJ}$; $W_{\mathrm{auf}} = 288\,\mathrm{mJ}$

$$\begin{aligned} \eta_{\mathrm{F}} &= \frac{W_{\mathrm{ab}}}{W_{\mathrm{auf}}} \\ &= \frac{245\,\mathrm{mJ}}{288\,\mathrm{mJ}} \\ &= 0{,}85 \end{aligned}$$

El muelle devuelve el 85 % del trabajo de dar cuerda; el 15 % se pierde por rozamiento.

Regla: Doble altura de lámina, doble par. Doble espesor de lámina, par óctuple.

1.3 Autonomía

La autonomía es el tiempo que funciona el movimiento con una cuerda completa. Resulta de las vueltas del barrilete y del tiempo que dura una vuelta. La reserva de marcha es la parte de la autonomía que todavía le queda al movimiento. Como en el capítulo 2, el número de dientes de un piñón lleva una prima y el índice de su eje.

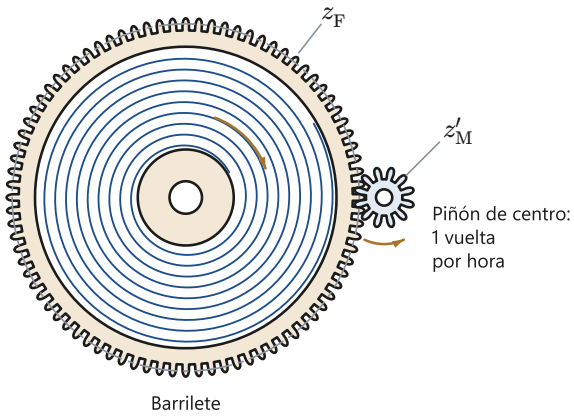


Fig. 1.9 El barrilete de z_F dientes acciona el piñón de centro de z'_M dientes

Período de revolución del barrilete

(1.18) OFICIAL

$$t_\mathrm{F} = \frac{z_\mathrm{F}}{z'_\mathrm{M}} \cdot t_\mathrm{M}$$

El barrilete engrana con el piñón de la rueda de centro, que da una vuelta por hora. Si el barrilete tiene siete veces más dientes que el piñón, una vuelta dura siete horas.

Validez: el barrilete engrana directamente con el piñón de una rueda que da una vuelta por hora. Si la rueda accionada gira de otro modo, introducir su período de revolución.

t_F	Período de revolución del barrilete (tiempo de una vuelta)	h
z_F	Número de dientes del barrilete	1
z'_M	Número de dientes del piñón de centro	1
t_M	Período de revolución de la rueda de centro (1 h)	h

EJEMPLO Un barrilete de 84 dientes acciona un piñón de centro de 12 dientes.

Datos: $z_\mathrm{F} = 84$; $z'_\mathrm{M} = 12$; $t_\mathrm{M} = 1\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} t_\mathrm{F} &= \frac{z_\mathrm{F}}{z'_\mathrm{M}} \cdot t_\mathrm{M} \\ &= \frac{84}{12} \cdot 1\,\mathrm{h} \\ &= 7\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

El barrilete necesita 7 horas por vuelta.

Autonomía a partir de las vueltas del barrilete

(1.19) OFICIAL

$$t_\mathrm{G} = N \cdot t_\mathrm{F}$$

DESPEJADA $$N = \frac{t_\mathrm{G}}{t_\mathrm{F}}$$

Con las vueltas que entrega realmente el barrilete se obtiene la autonomía. Despejada, la fórmula da las vueltas que necesita una autonomía exigida.

Validez: movimiento de marcha regular; vueltas desde la cuerda completa hasta la parada. Para la autonomía útil, contar solo las vueltas en las que el par basta para una amplitud suficiente.

t_G	Autonomía	h
N	Vueltas (del barrilete)	1
t_F	Período de revolución del barrilete (tiempo de una vuelta)	h

Conviene saber: La reserva de marcha es la autonomía que queda tras un tiempo de funcionamiento determinado: vueltas restantes por período de revolución del barrilete.

EJEMPLO El barrilete del ejemplo anterior (7 h por vuelta) entrega 6,5 vueltas útiles.

Datos: $N = 6{,}5$; $t_\mathrm{F} = 7\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} t_\mathrm{G} &= N \cdot t_\mathrm{F} \\ &= 6{,}5 \cdot 7\,\mathrm{h} \\ &= 45{,}5\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

El reloj funciona 45,5 horas. Tras 24 horas quedan 21,5 horas de reserva de marcha.

Período de revolución del barrilete con rueda suplementaria

(1.20) OFICIAL

$$t_\mathrm{F} = \frac{z_\mathrm{F} \cdot z_\mathrm{B}}{z'_\mathrm{B} \cdot z'_\mathrm{M}} \cdot t_\mathrm{M}$$

Para autonomías largas, entre el barrilete y la rueda de centro hay una rueda suplementaria. En el numerador van las ruedas motrices; en el denominador, los piñones accionados.

Validez: el barrilete acciona el piñón de la rueda suplementaria, y esta el piñón de centro; la rueda de centro da una vuelta por hora.

t_F	Período de revolución del barrilete (tiempo de una vuelta)	h
z_F	Número de dientes del barrilete	1
z_B	Número de dientes de la rueda suplementaria	1
z'_B	Número de dientes del piñón de la rueda suplementaria	1
z'_M	Número de dientes del piñón de centro	1
t_M	Período de revolución de la rueda de centro (1 h)	h

EJEMPLO Movimiento de ocho días: barrilete 84 dientes, piñón de la rueda suplementaria 12, rueda suplementaria 72, piñón de centro 12.

Datos: $z_\mathrm{F} = 84$; $z_\mathrm{B} = 72$; $z'_\mathrm{B} = 12$; $z'_\mathrm{M} = 12$; $t_\mathrm{M} = 1\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} t_\mathrm{F} &= \frac{z_\mathrm{F} \cdot z_\mathrm{B}}{z'_\mathrm{B} \cdot z'_\mathrm{M}} \cdot t_\mathrm{M} \\ &= \frac{84 \cdot 72}{12 \cdot 12} \cdot 1\,\mathrm{h} \\ &= 42\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

Una vuelta dura 42 horas. Para ocho días, es decir, 192 horas, el movimiento necesita según la fórmula (1.19) unas 4,6 vueltas.

En el movimiento automático, el extremo exterior del muelle no está enganchado. Lleva una brida deslizante que se apoya a presión contra la pared del barrilete y patina en cuanto el muelle tiene la cuerda completa. Su par de deslizamiento fija el par máximo que el muelle entrega al movimiento. Si la brida patina demasiado pronto, el

muelle nunca se arma del todo y falta reserva de marcha. Si sujeta demasiado, el par es excesivo y el volante rebota.

1.4 accionamiento por peso

Un peso tira del tambor a través de un cable, una cuerda de tripa o una cadena. Su par se mantiene igual durante toda la autonomía; eso hace del accionamiento por peso el motor más regular. El precio es la altura de caída.

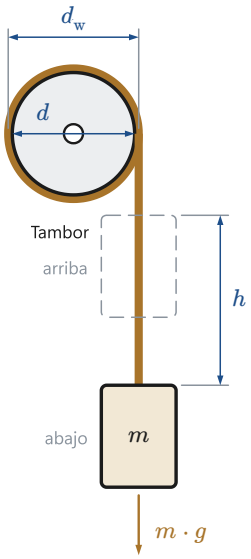


Fig. 1.10 Peso directamente en el cable ($k = 1$): diámetro efectivo d_w hasta el centro del cable, altura de caída h

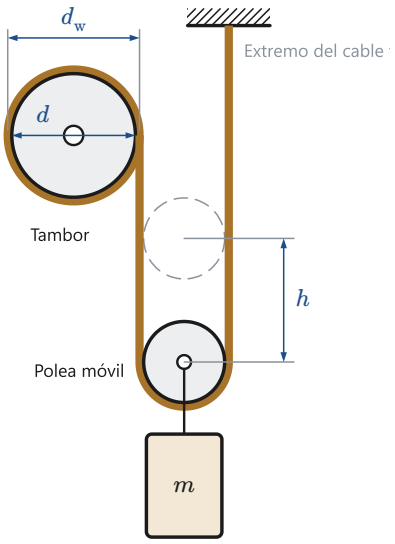


Fig. 1.11 Peso en polea móvil ($k = 2$): el cable se desenrolla el doble de lo que desciende el peso

Diámetro efectivo del tambor

(1.21) OFICIAL

$$d_w = d + d_S$$

La fuerza del cable actúa en el centro del cable. Por eso el brazo de palanca es la mitad del diámetro del tambor más la mitad del grosor del cable.

Validez: tambor liso, cable en una sola capa. En tambores con ranuras, medir el diámetro hasta el centro del cable.

d_w	Diámetro efectivo del tambor (hasta el centro del cable)	mm
d	Diámetro (del tambor)	mm
d_S	Grosor del cable o de la cuerda	mm

EJEMPLO Sobre un tambor de 36 mm de diámetro hay un cable de 1,5 mm de grosor.

Datos: $d = 36\,\mathrm{mm}$; $d_S = 1{,}5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} d_w &= d + d_S \\ &= 36\,\mathrm{mm} + 1{,}5\,\mathrm{mm} \\ &= 37{,}5\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Se calcula con 37,5 mm.

Par en el tambor

(1.22) OFICIAL

$$M = \frac{m \cdot g \cdot d_{\mathrm{w}}}{2 \cdot k}$$

El peso actúa a la mitad del diámetro efectivo. Si el peso cuelga de una polea móvil, cada uno de los dos ramales soporta la mitad de la carga; del tambor tira, por tanto, solo la mitad del peso.

Validez: se desprecian el rozamiento de la polea y el peso del cable y de la polea.

M	Par (en el tambor)	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
m	Masa (del peso)	kg
g	Aceleración de la gravedad ($9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
d_{w}	Diámetro efectivo del tambor (hasta el centro del cable)	mm
k	Número (de ramales portantes del cable: 1 sin polea, 2 con polea móvil)	1

EJEMPLO Un reloj de pie tiene un peso de 4 kg en una polea móvil; diámetro efectivo del tambor 37,5 mm.

Datos: $m = 4\,\mathrm{kg}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $d_{\mathrm{w}} = 37{,}5\,\mathrm{mm}$; $k = 2$

$$\begin{aligned} M &= \frac{m \cdot g \cdot d_{\mathrm{w}}}{2 \cdot k} \\ &= \frac{4\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 37{,}5\,\mathrm{mm}}{2 \cdot 2} \\ &\approx 368\,\mathrm{N{\cdot}mm} \end{aligned}$$

Unos $368\,\mathrm{N \cdot mm}$, es decir, $0{,}368\,\mathrm{N \cdot m}$, y por tanto unas cincuenta veces lo de un reloj de pulsera. Sin polea, el par sería el doble.

Altura de caída del peso

(1.23) OFICIAL

$$h = \frac{\pi \cdot d_{\mathrm{w}} \cdot N_{\mathrm{W}}}{k}$$

En cada revolución, el tambor libera una circunferencia de cable. Con polea móvil, el cable se reparte en dos ramales y el peso desciende solo la mitad.

Validez: cable en una sola capa sobre el tambor.

h	Altura (altura de caída del peso)	mm
d_{w}	Diámetro efectivo del tambor (hasta el centro del cable)	mm
N_{W}	Revoluciones del tambor	1
k	Número (de ramales portantes del cable: 1 sin polea, 2 con polea móvil)	1

Conviene saber: Al espacio necesario en la caja se suman la altura del peso y, con polea móvil, la polea con su gancho.

EJEMPLO El tambor del reloj de pie (diámetro efectivo 37,5 mm, polea móvil) da 16 revoluciones en ocho días.

Datos: $d_{\mathrm{w}} = 37{,}5\,\mathrm{mm}$; $N_{\mathrm{W}} = 16$; $k = 2$

$$\begin{aligned} h &= \frac{\pi \cdot d_{\mathrm{w}} \cdot N_{\mathrm{W}}}{k} \\ &= \frac{\pi \cdot 37{,}5\,\mathrm{mm} \cdot 16}{2} \\ &\approx 942\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El peso desciende unos 94 cm en ocho días. Sin polea serían 1,88 m, más de lo que permite una caja habitual.

Autonomía a partir de la altura de caída

(1.24) OFICIAL

$$t_{\mathrm{G}} = \frac{k \cdot h}{\pi \cdot d_{\mathrm{w}}} \cdot t_{\mathrm{W}}$$

La fracción es el número de revoluciones del tambor que caben en la altura de caída. El período de revolución del tambor se deduce, como en el barrilete, de los números de dientes (fórmula 3.18).

Validez: cable en una sola capa. Como altura de caída solo cuenta el recorrido que el peso puede descender realmente, sin la altura del peso y de la polea.

t_{G}	Autonomía	h
k	Número (de ramales portantes del cable: 1 sin polea, 2 con polea móvil)	1
h	Altura (altura de caída del peso)	mm
d_{w}	Diámetro efectivo del tambor (hasta el centro del cable)	mm
t_{W}	Período de revolución del tambor	h

EJEMPLO En un regulador de pared, el peso puede descender 1100 mm. El tambor (diámetro efectivo 31 mm) da una vuelta en 12 horas. ¿Cuánto tiempo funciona el reloj con polea móvil?

Datos: $k = 2$; $h = 1100\,\mathrm{mm}$; $d_{\mathrm{w}} = 31\,\mathrm{mm}$; $t_{\mathrm{W}} = 12\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{G}} &= \frac{k \cdot h}{\pi \cdot d_{\mathrm{w}}} \cdot t_{\mathrm{W}} \\ &= \frac{2 \cdot 1100\,\mathrm{mm}}{\pi \cdot 31\,\mathrm{mm}} \cdot 12\,\mathrm{h} \\ &\approx 271\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

Unas 271 horas, es decir, algo más de 11 días. Sin polea serían solo 5,6 días; para un movimiento de ocho días, esta caja necesita por tanto la polea móvil.

Energía del peso

(1.25) OFICIAL

$$W = m \cdot g \cdot h$$

La energía solo depende de la masa y de la altura de caída del peso. Una polea móvil no cambia nada: la mitad de fuerza en el tambor, a cambio del doble de longitud de cable.

Validez: se desprecia el rozamiento de la polea.

W	Trabajo (entregado por el peso, energía potencial)	J
m	Masa (del peso)	kg
g	Aceleración de la gravedad ($9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
h	Altura (altura de caída del peso)	m

EJEMPLO El peso del reloj de pie (4 kg) desciende 0,942 m en ocho días.

Datos: $m = 4\,\mathrm{kg}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $h = 0{,}942\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} W &= m \cdot g \cdot h \\ &= 4\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}942\,\mathrm{m} \\ &\approx 37{,}0\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

El reloj de pie consume 37 J en ocho días. Al reloj de pulsera de la sección 1.2 le bastan 0,245 J para casi dos días.

Regla: La polea móvil reduce a la mitad la altura de caída y el par; la autonomía no cambia. Para el mismo par necesita el doble de peso.

1.5 Caracol y cadena

El caracol compensa el par decreciente del muelle real. Con el muelle armado, la cadena tira en el radio pequeño del caracol; con el muelle casi desarmado, en el grande. Así el par en la rueda del caracol se mantiene casi constante.

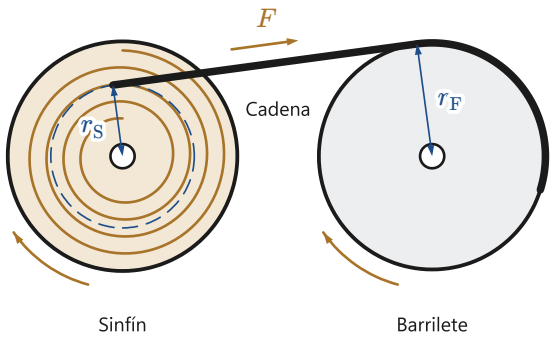


Fig. 1.12 Caracol y barrilete vistos desde arriba: la cadena tira con la fuerza F en el radio efectivo r_S

Par en el caracol

(1.26) AMPLIACIÓN

$$M_S = \frac{M_F \cdot r_S}{r_F}$$

DESPEJADA $\quad r_S = \dfrac{M_S \cdot r_F}{M_F}$

La cadena transmite la fuerza $F = M_F : r_F$ del barrilete al caracol; allí actúa en el radio r_S. Despejada, la fórmula da para cada estado de cuerda el radio con el que el caracol entrega el par exigido.

Validez: ambos radios medidos hasta el centro de la cadena; se desprecia el rozamiento de la cadena y de los pivotes.

M_S	Par en el caracol	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
M_F	Par del barrilete en el mismo instante	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
r_S	Radio efectivo del caracol en el punto donde se desenrolla la cadena	mm
r_F	Radio del barrilete (hasta el centro de la cadena)	mm

EJEMPLO El barrilete de un reloj de bolsillo con caracol tiene 9 mm de radio. El caracol debe entregar un par constante de 32 $\mathrm{N \cdot mm}$. Con la cuerda completa, el muelle da 48 $\mathrm{N \cdot mm}$. ¿Qué radio necesita el caracol en ese punto?

Datos: $M_S = 32\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $\quad r_F = 9\,\mathrm{mm}$; $\quad M_F = 48\,\mathrm{N{\cdot}mm}$

$$\begin{aligned} r_S &= \frac{M_S \cdot r_F}{M_F} \\ &= \frac{32\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 9\,\mathrm{mm}}{48\,\mathrm{N{\cdot}mm}} \\ &= 6{,}0\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

6 mm en el extremo delgado del caracol. Cuando el muelle ha bajado a 32 $\mathrm{N \cdot mm}$, el radio debe ser de 9 mm.

1.6 Potencia del órgano motor

La potencia es energía por unidad de tiempo. Un reloj mecánico necesita muy poca: en el barrilete de un reloj de pulsera, de uno a pocos microvatios; en el tambor de un reloj de pie, algunas decenas de microvatios.

Potencia media

(1.27) OFICIAL

$$P = \frac{W}{t_\mathrm{G}}$$

P	Potencia (del órgano motor)	$\mu\mathrm{W}$
W	Trabajo (entregado durante la autonomía)	mJ
t_G	Autonomía	h

Para introducirla, convertir la autonomía en segundos: $1\,\mathrm{h} = 3600\,\mathrm{s}$. Entonces vale $1\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = 1\,\mathrm{W}$.

Validez: valor medio sobre toda la autonomía.

EJEMPLO El barrilete de la sección 1.2 entrega 245 mJ en 45,5 horas.

Datos: $W = 245\,\mathrm{mJ}$; $t_\mathrm{G} = 45{,}5\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} P &= \frac{W}{t_\mathrm{G}} \\ &= \frac{245\,\mathrm{mJ}}{45{,}5\,\mathrm{h}} \\ &= \frac{0{,}245\,\mathrm{J}}{163\,800\,\mathrm{s}} \\ &\approx 1{,}5\,\mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

Unos 1,5 microvatios. Un diodo luminoso de 1 W necesita unas 700 000 veces más.

Potencia a partir del par y del período de revolución

(1.28) MAESTRO

$$P = \frac{2 \cdot \pi \cdot M}{t_\mathrm{U}}$$

P	Potencia (del órgano motor)	$\mu\mathrm{W}$
M	Par (en el eje motor: barrilete o tambor)	$\mathrm{N{\cdot}m}$
t_U	Período de revolución del eje motor	h

La potencia es par por velocidad angular. El eje motor gira 2π una vez en cada período de revolución.

Validez: par constante en el intervalo considerado; introducir el período de revolución en segundos.

EJEMPLO En el tambor del reloj de pie actúan $0{,}368\,\mathrm{N \cdot m}$; da una vuelta en 12 horas.

Datos: $M = 0{,}368\,\mathrm{N{\cdot}m}$; $t_\mathrm{U} = 12\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} P &= \frac{2 \cdot \pi \cdot M}{t_\mathrm{U}} \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot 0{,}368\,\mathrm{N{\cdot}m}}{12\,\mathrm{h}} \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot 0{,}368\,\mathrm{N{\cdot}m}}{43\,200\,\mathrm{s}} \\ &\approx 53{,}5\,\mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

Unos 54 microvatios, unas 36 veces más que en el reloj de pulsera. El mismo cálculo con $6\,\mathrm{N \cdot mm}$ y 7 horas vuelve a dar 1,5 microvatios para el reloj de pulsera.

Potencia en el órgano regulador

(1.29) MAESTRO

$$P_{\mathrm{U}} = \eta \cdot P$$

P_{U}	Potencia que llega al volante o al péndulo	$\mu\mathrm{W}$
η	Rendimiento (del tren de engranajes y el escape juntos)	1
P	Potencia (del órgano motor)	$\mu\mathrm{W}$

En el camino a través del tren de engranajes y el escape se pierde la mayor parte de la potencia del órgano motor. El rendimiento total es el producto de los rendimientos individuales (capítulos XL 2 y 2).

Validez: marcha estabilizada con amplitud constante. El rendimiento de 0,3 del ejemplo es un valor orientativo aproximado para relojes pequeños con escape de áncora.

EJEMPLO Del barrilete salen 1,5 microvatios. El tren de engranajes y el escape tienen juntos un rendimiento de 0,3.

Datos: $\eta = 0{,}3$; $P = 1{,}5\,\mu\mathrm{W}$

$$\begin{aligned} P_{\mathrm{U}} &= \eta \cdot P \\ &= 0{,}3 \cdot 1{,}5\,\mu\mathrm{W} \\ &= 0{,}45\,\mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

Al volante llega aproximadamente medio microvatio. Según el calibre y el número de alternancias, la potencia en el volante está entre algunas décimas y aproximadamente un microvatio.

1.7 Cuerda y puesta en hora

En la cuerda manual, la corona hace girar el árbol del barrilete a través del piñón de remontuar, la rueda de corona y el rochete. En el movimiento automático lo hace la masa oscilante, el rotor, mediante un tren de engranajes muy reductor. En la posición tirada, la corona acciona la minutería a través del piñón corredizo. En la cuerda, las ruedas pequeñas accionan a las grandes; se reduce la velocidad. Por eso se calcula, como en la minutería (sección 2.3), con la reducción: números de dientes de las ruedas accionadas divididos entre los de las motrices. Es la inversa de la relación de transmisión de la sección 2.1.

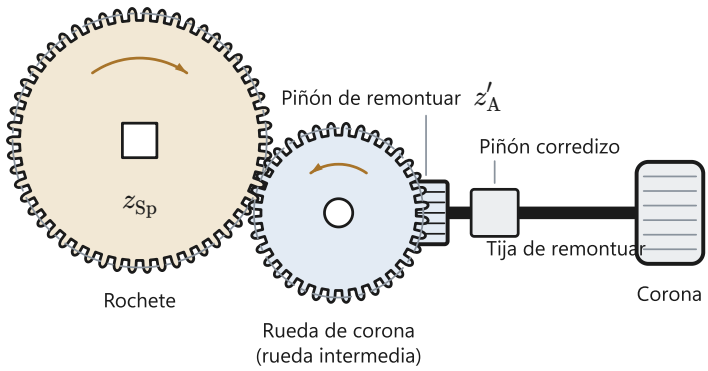


Fig. 1.13 Cuerda por corona vista desde arriba (esquema): el piñón de remontuar de z'_{A} dientes acciona a través de la rueda de corona el rochete de z_{Sp} dientes sobre el árbol del barrilete

Vueltas de corona para dar cuerda

(1.30) OFICIAL

$$N_{\mathrm{K}} = \frac{N \cdot z_{\mathrm{Sp}}}{z'_{\mathrm{A}}}$$

DESPEJADA $$N = \frac{N_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{A}}}{z_{\mathrm{Sp}}}$$

N_{K}	Vueltas de la corona	1
N	Vueltas (que el árbol tensa el muelle)	1
z_{Sp}	Número de dientes del rochete	1
z'_{A}	Número de dientes del piñón de remontuar (en la tija de remontuar)	1

La rueda de corona está entre el piñón de remontuar y el rochete y es solo una rueda intermedia: su número de dientes no interviene en el cálculo. La reducción de la cuerda es el número de dientes del rochete dividido entre el del piñón de remontuar.

Validez: piñón de remontuar, rueda de corona y rochete en cadena; la rueda de corona engrana con ambos con el mismo dentado. Si el eje de la rueda de corona lleva dos ruedas distintas, esta etapa cuenta como en la fórmula (2.3).

Conviene saber: Cada vuelta de corona aporta tanta autonomía como resulta de dividir el período de revolución del barrilete entre la reducción. En el ejemplo, con 7 horas por vuelta, son casi 2 horas por vuelta de corona.

EJEMPLO El piñón de remontuar tiene 15 dientes, la rueda de corona 36 y el rochete 54. El muelle puede tensarse 6,5 vueltas. ¿Cuántas veces hay que girar la corona para dar cuerda completa?

Datos: $N = 6{,}5$; $z_{\mathrm{Sp}} = 54$; $z'_{\mathrm{A}} = 15$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{K}} &= \frac{N \cdot z_{\mathrm{Sp}}}{z'_{\mathrm{A}}} \\ &= \frac{6{,}5 \cdot 54}{15} \\ &= 23{,}4 \end{aligned}$$

23,4 vueltas completas. A mano se suelen girar medias vueltas, es decir, unos 47 giros. Los 36 dientes de la rueda de corona no influyen en el cálculo.

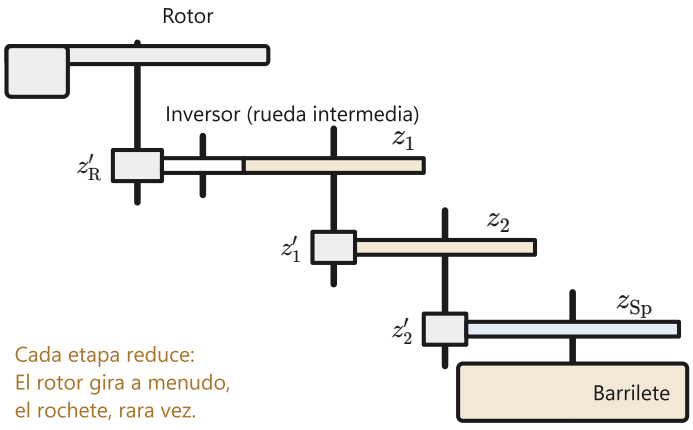


Fig. 1.14 Cuerda automática, desarrollada en vista lateral (esquema): piñón del rotor, inversor, dos etapas de reducción y rochete

Reducción de la cuerda automática

(1.31) MAESTRO

$$i_{\mathrm{R}} = \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_{\mathrm{Sp}}}{z'_{\mathrm{R}} \cdot z'_1 \cdot z'_2}$$

El rotor tiene poco par, pero mucho recorrido. Por eso el tren reductor reduce mucho: en el numerador van las ruedas accionadas; en el denominador, los piñones motrices. Las ruedas del inversor que solo rectifican el sentido de giro y engranan con ambas vecinas con el mismo dentado son ruedas intermedias y no intervienen.

Validez: dos etapas de reducción entre el piñón del rotor y el rochete; con otro número de etapas, más o menos factores en consecuencia. Valor orientativo: la reducción suele estar entre 100 y 180.

i_{R}	Reducción de la cuerda automática (vueltas del rotor por vuelta del rochete)	1
z_1	Número de dientes de la primera rueda de reducción	1
z_2	Número de dientes de la segunda rueda de reducción	1
z_{Sp}	Número de dientes del rochete	1
z'_{R}	Número de dientes del piñón del rotor	1
z'_1	Número de dientes del piñón de la primera rueda de reducción	1
z'_2	Número de dientes del piñón de la segunda rueda de reducción	1

EJEMPLO El piñón del rotor tiene 24 dientes. La primera rueda de reducción tiene 66 dientes y un piñón de 8; la segunda, 64 dientes y un piñón de 10; el rochete, 70 dientes.

Datos: $z_1 = 66$; $z_2 = 64$; $z_{\mathrm{Sp}} = 70$; $z'_{\mathrm{R}} = 24$; $z'_1 = 8$; $z'_2 = 10$

$$\begin{aligned} i_{\mathrm{R}} &= \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_{\mathrm{Sp}}}{z'_{\mathrm{R}} \cdot z'_1 \cdot z'_2} \\ &= \frac{66 \cdot 64 \cdot 70}{24 \cdot 8 \cdot 10} \\ &= 154 \end{aligned}$$

El rotor gira 154 veces hasta que el rochete ha dado una vuelta y ha tensado el muelle una vuelta.

Vueltas del rotor para una reserva de marcha

(1.32) MAESTRO

$$N_{\mathrm{R}} = \frac{i_{\mathrm{R}} \cdot t_{\mathrm{R}}}{t_{\mathrm{F}}}$$

Una vuelta del rochete cuesta i_{R} vueltas del rotor y aporta tantas horas de marcha como necesita el barrilete para una vuelta. Con 24 horas, la fórmula da la necesidad diaria: las veces que debe girar el rotor al día para que el movimiento mantenga su estado de cuerda.

Validez: valor mínimo sin pérdidas: no se cuenta el recorrido muerto del inversor al cambiar de sentido, y la brida deslizante no patina. En la cuerda unidireccional solo cuentan las vueltas en el sentido de la cuerda.

N_{R}	Vueltas del rotor (en el sentido de la cuerda)	1
i_{R}	Reducción de la cuerda automática (vueltas del rotor por vuelta del rochete)	1
t_{R}	Reserva de marcha (que se quiere acumular)	h
t_{F}	Período de revolución del barrilete (tiempo de una vuelta)	h

Conviene saber: Al llevarlo puesto suelen sumarse más vueltas de las necesarias; el excedente se pierde porque la brida deslizante patina (sección 1.3). Si un reloj automático se para aunque se lleve puesto, o bien el movimiento no basta para la necesidad diaria, o bien la cuerda pierde recorrido, por ejemplo por ruedas del inversor con aceite resinificado.

EJEMPLO El movimiento del ejemplo anterior tiene un barrilete que da una vuelta en 7 horas. ¿Cuántas vueltas del rotor necesita para 24 horas de marcha?

Datos: $i_{\mathrm{R}} = 154$; $t_{\mathrm{R}} = 24\,\mathrm{h}$; $t_{\mathrm{F}} = 7\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{R}} &= \frac{i_{\mathrm{R}} \cdot t_{\mathrm{R}}}{t_{\mathrm{F}}} \\ &= \frac{154 \cdot 24\,\mathrm{h}}{7\,\mathrm{h}} \\ &= 528 \end{aligned}$$

528 vueltas al día, es decir, 22 por hora de marcha. Para 42 horas de reserva de marcha partiendo de la parada son 924 vueltas.

Puesta en hora: recorrido de la aguja de minutos

(1.33) OFICIAL

$$N_{\mathrm{M}} = \frac{N_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{K}}}{z_{\mathrm{V}}}$$

N_{M}	Vueltas de la aguja de minutos	1
N_{K}	Vueltas de la corona	1
z'_{K}	Número de dientes del piñón corredizo (dentado para la puesta en hora)	1
z_{V}	Número de dientes del cañón de minutos	1

En la posición de puesta en hora, el piñón corredizo engrana con la rueda de transmisión. Esta acciona, a través de la rueda de minutería, el cañón de minutos con la aguja de minutos. La rueda de transmisión y la rueda de minutería son aquí ruedas intermedias. Una vuelta de la aguja de minutos son 60 minutos de recorrido de aguja.

Validez: la rueda de transmisión, otras ruedas intermedias y la rueda de minutería engranan cada una con sus dos vecinas con el mismo dentado. La aguja de horas sigue a través de la minutería en la relación de 12 a 1 (sección 2.3).

EJEMPLO El piñón corredizo tiene 9 dientes para la puesta en hora; el cañón de minutos, 12. ¿Cuánto avanza la aguja de minutos con una vuelta de corona?

Datos: $N_{\mathrm{K}} = 1; \quad z'_{\mathrm{K}} = 9; \quad z_{\mathrm{V}} = 12$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{M}} &= \frac{N_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{K}}}{z_{\mathrm{V}}} \\ &= \frac{1 \cdot 9}{12} \\ &= 0{,}75 \end{aligned}$$

Tres cuartos de vuelta, es decir, 45 minutos de recorrido de aguja por vuelta de corona.

Regla: La rueda de corona, la rueda de transmisión y la rueda de minutería son aquí solo ruedas intermedias. Cuentan la primera rueda motriz y la última rueda accionada.

2 Tren de engranajes y dentado

El tren de engranajes transmite la fuerza del órgano motor al escape y, al hacerlo, cuenta las oscilaciones del órgano regulador: sus relaciones de transmisión determinan a qué velocidad gira cada eje y qué número de alternancias corresponde a un movimiento. Por eso el cálculo de un movimiento desconocido empieza contando los dientes.

Las secciones 2.1 a 2.3 calculan con números de dientes; la sección 2.4, con las medidas del dentado. La sonería, el calendario y las fases lunares siguen las mismas reglas; al final se trata el rozamiento en el tren de engranajes. El símbolo k designa, según la fórmula, el suplemento de cabeza o un número; lo determinante es la tabla de magnitudes de la fórmula.

2.1 Relación de transmisión

Una rueda acciona un piñón: es el elemento básico de todo tren de engranajes. Los piñones son ruedas dentadas pequeñas, casi siempre de 6 a 16 dientes, fijadas en el eje de la rueda siguiente.

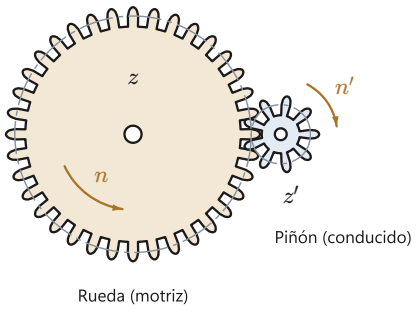


Fig. 2.1 La rueda acciona el piñón: el piñón gira más deprisa en la proporción de la relación de transmisión y en sentido contrario

Relación de transmisión de un engrane

(2.1) OFICIAL

$$i = \frac{z}{z'}$$

La relación de transmisión indica cuántas vueltas da el piñón mientras la rueda da una. En este capítulo, z es el número de dientes de una rueda y z' el de un piñón; un índice indica el eje.

Validez: la rueda acciona el piñón, como en el tren de rodaje y en la sonería: se multiplica la velocidad. Donde un piñón acciona una rueda (minutería, cuerda), se reduce la velocidad; entonces se calcula con la reducción, el número de dientes de la rueda accionada dividido entre el del piñón motriz, fórmula (2.11).

i	Relación de transmisión (mayor que 1 significa: multiplicación de velocidad)	1
z	Número de dientes (de la rueda motriz)	1
z'	Número de dientes del piñón (accionado)	1

EJEMPLO La rueda de centro tiene 80 dientes y acciona el piñón intermedio de 10 dientes.

Datos: $z = 80$; $z' = 10$

$$\begin{aligned} i &= \frac{z}{z'} \\ &= \frac{80}{10} \\ &= 8 \end{aligned}$$

El piñón intermedio da ocho vueltas mientras la rueda de centro da una.

Velocidad de giro del piñón

(2.2) OFICIAL

$$n' = \frac{n \cdot z}{z'}$$

En el engrane pasan tantos dientes por un lado como por el otro: $z \cdot n = z' \cdot n'$. Por eso el piñón gira más deprisa que la rueda en la proporción de la relación de transmisión.

n'	Velocidad de giro del piñón accionado	$\frac{1}{\mathrm{h}}$
n	Velocidad de giro (de la rueda motriz)	$\frac{1}{\mathrm{h}}$
z	Número de dientes (de la rueda motriz)	1
z'	Número de dientes del piñón (accionado)	1

EJEMPLO La rueda de centro (80 dientes) da una vuelta por hora. ¿A qué velocidad gira el piñón intermedio de 10 dientes?

Datos: $n = 1\,\frac{1}{\mathrm{h}}$; $z = 80$; $z' = 10$

$$n' = \frac{n \cdot z}{z'} = \frac{1\,\frac{1}{\mathrm{h}} \cdot 80}{10} = 8\,\frac{1}{\mathrm{h}}$$

El piñón y la rueda intermedia dan ocho vueltas por hora; una vuelta dura 7,5 min.

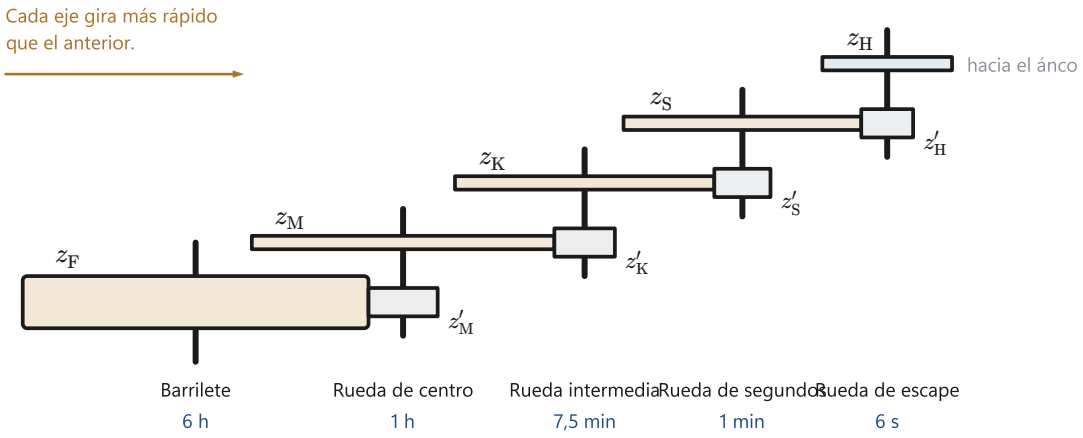


Fig. 2.2 Tren de engranajes de un reloj pequeño, desarrollado en vista lateral. Debajo, los períodos de revolución para los números de dientes 72 : 12, 80 : 10, 75 : 10 y 80 : 8

Relación de transmisión total

(2.3) OFICIAL

$$i_{\text{ges}} = \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_3}{z'_1 \cdot z'_2 \cdot z'_3}$$

Si hay varios engranes en serie, las relaciones de transmisión individuales se multiplican: producto de los números de dientes de todas las ruedas motrices entre el producto de todos los piñones accionados. Con más o menos engranes, la fracción se alarga o se acorta en consecuencia.

i_{ges}	Relación de transmisión total (del primer al último eje)	1
z_1	Número de dientes de la primera rueda motriz	1
z_2	Número de dientes de la segunda rueda motriz	1
z_3	Número de dientes de la tercera rueda motriz	1
z'_1	Número de dientes del primer piñón accionado	1
z'_2	Número de dientes del segundo piñón accionado	1
z'_3	Número de dientes del tercer piñón accionado	1

Conviene saber: Una rueda intermedia, que es accionada y acciona con los mismos dientes, aparece una vez en el numerador y otra en el denominador. No cambia la relación de transmisión, solo el sentido de giro.

EJEMPLO Un movimiento de reloj de bolsillo tiene una rueda de centro de 80 dientes, una rueda intermedia de 75 y una rueda de segundos de 80; el piñón intermedio y el piñón de segundos tienen 10 dientes cada uno, y el piñón de escape 8.

Datos: $z_1 = 80;\quad z_2 = 75;\quad z_3 = 80;\quad z'_1 = 10;\quad z'_2 = 10;\quad z'_3 = 8$

$$\begin{aligned} i_{\text{ges}} &= \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_3}{z'_1 \cdot z'_2 \cdot z'_3} \\ &= \frac{80 \cdot 75 \cdot 80}{10 \cdot 10 \cdot 8} \\ &= 600 \end{aligned}$$

La rueda de escape da 600 vueltas mientras la rueda de centro da una. Las relaciones individuales son 8, 7,5 y 10.

Período de revolución

(2.4) OFICIAL

$$t'_{\text{U}} = \frac{t_{\text{U}} \cdot z'}{z}$$

El período de revolución es la inversa de la velocidad de giro. De eje a eje se acorta en la proporción de la relación de transmisión. En la fig. 2.2 los períodos de revolución figuran bajo los ejes.

t'_{U}	Período de revolución del piñón (tiempo de una vuelta)	s
t_{U}	Período de revolución de la rueda motriz	s
z	Número de dientes (de la rueda motriz)	1
z'	Número de dientes del piñón (accionado)	1

EJEMPLO La rueda de segundos (80 dientes) da una vuelta en 60 s y acciona el piñón de escape de 8 dientes.

Datos: $t_{\text{U}} = 60\,\text{s};\quad z' = 8;\quad z = 80$

$$\begin{aligned} t'_{\text{U}} &= \frac{t_{\text{U}} \cdot z'}{z} \\ &= \frac{60\,\text{s} \cdot 8}{80} \\ &= 6\,\text{s} \end{aligned}$$

La rueda de escape necesita 6 s por vuelta.

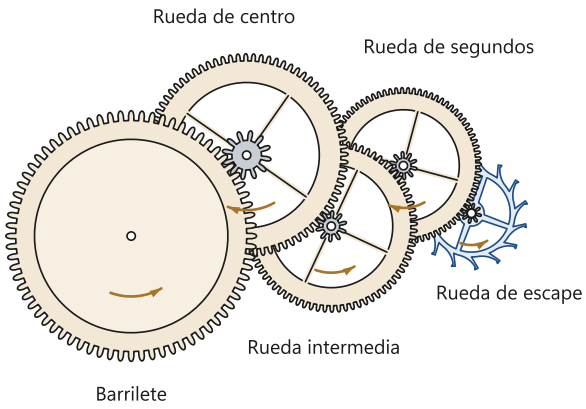


Fig. 2.3 El mismo tren de engranajes visto desde arriba: cada eje gira en sentido contrario al anterior

Regla: Cada engrane invierte el sentido de giro. Tras un número par de engranes, el último eje gira como el primero; tras uno impar, en sentido contrario.

Par en el piñón

(2.5) OFICIAL

$$M' = \frac{M \cdot \eta \cdot z'}{z}$$

Lo que el tren de engranajes gana en velocidad de giro lo pierde en par. El rozamiento en los flancos de los dientes y en los cojinetes resta además una parte.

Validez: giro uniforme. El par fluctúa algo durante el engrane de un diente; la fórmula da el valor medio.

M'	Par en el eje del piñón accionado	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
M	Par (en el eje de la rueda motriz)	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
η	Rendimiento (por engrane; valor orientativo 0,90 a 0,95; sin rozamiento, 1)	1
z	Número de dientes (de la rueda motriz)	1
z'	Número de dientes del piñón (accionado)	1

EJEMPLO Un barrilete de 72 dientes entrega 8 N·mm y acciona el piñón de centro de 12 dientes. El engrane tiene un rendimiento de 0,95.

Datos: $M = 8\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $\eta = 0{,}95$; $z' = 12$; $z = 72$

$$\begin{aligned} M' &= \frac{M \cdot \eta \cdot z'}{z} \\ &= \frac{8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 0{,}95 \cdot 12}{72} \\ &\approx 1{,}27\,\mathrm{N{\cdot}mm} \end{aligned}$$

Al eje de la rueda de centro llegan 1,27 N·mm. Sin rozamiento serían 1,33 N·mm.

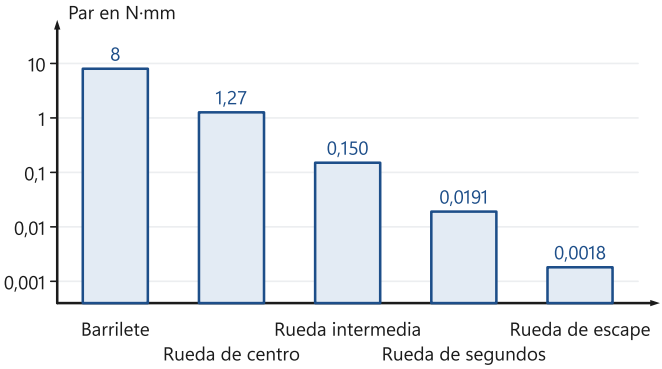


Fig. 2.4 Par en los ejes del tren de engranajes de la fig. 2.2 con 8 N·mm en el barrilete y $\eta = 0{,}95$ por engrane

2.2 Cálculo del tren de rodaje

El tren de rodaje une la rueda de centro, que da una vuelta por hora, con la rueda de escape. Su relación de transmisión y el número de dientes de la rueda de escape fijan cuántas semioscilaciones por hora debe hacer el órgano regulador para que las agujas marchen correctamente.

Con estas fórmulas se determina el número de alternancias de un movimiento desconocido, la longitud de un péndulo que falta (capítulo 4) y el número de dientes de una rueda o un piñón que faltan.

Número de alternancias a partir del tren de engranajes

(2.6) OFICIAL

$$n_\mathrm{h} = 2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot i \cdot n_\mathrm{M}$$

Cada diente de la rueda de escape hace que el órgano regulador dé dos semioscilaciones: una en la entrada y otra en la salida. Por cada vuelta de la rueda de escape son $2 \cdot z_\mathrm{H}$ alternancias.

Validez: todos los escapes habituales; i según la fórmula (2.3). La rueda de centro da una vuelta por hora; si el cálculo parte de otro eje, se introduce la velocidad de giro de este.

n_h	Número de alternancias (semioscilaciones por unidad de tiempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z_H	Número de dientes de la rueda de escape	1
i	Relación de transmisión (de la rueda de centro a la rueda de escape)	1
n_M	Velocidad de giro de la rueda de centro (una vuelta por hora)	$\frac{1}{\mathrm{h}}$

EJEMPLO Un regulador tiene una rueda de centro de 80 dientes y una rueda intermedia de 75, dos piñones de 10 dientes cada uno y una rueda de escape de 30 dientes. La relación de transmisión de la rueda de centro a la rueda de escape es $8 \cdot 7{,}5 = 60$.

Datos: $z_\mathrm{H} = 30$; $\quad i = 60$; $\quad n_\mathrm{M} = 1\ \frac{1}{\mathrm{h}}$

$$\begin{aligned} n_\mathrm{h} &= 2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot i \cdot n_\mathrm{M} \\ &= 2 \cdot 30 \cdot 60 \cdot 1\ \tfrac{1}{\mathrm{h}} \\ &= 3600\ \tfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

3600 alternancias por hora son 60 por minuto. A este movimiento le corresponde un péndulo de segundos de 994 mm de longitud (capítulo 4).

Número de alternancias del reloj pequeño a partir de los números de dientes

(2.7) OFICIAL

$$n_\mathrm{h} = \frac{2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot n_\mathrm{M} \cdot z_\mathrm{M} \cdot z_\mathrm{K} \cdot z_\mathrm{S}}{z'_\mathrm{K} \cdot z'_\mathrm{S} \cdot z'_\mathrm{H}}$$

En el numerador van las ruedas motrices; en el denominador, los piñones accionados. Cada piñón lleva el índice del eje en que está montado (fig. 2.2).

Validez: tren de engranajes con tres engranes entre la rueda de centro y la rueda de escape. Con otra construcción, adaptar la fracción según la fórmula (2.3).

n_h	Número de alternancias (semioscilaciones por unidad de tiempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z_H	Número de dientes de la rueda de escape	1
n_M	Velocidad de giro de la rueda de centro (una vuelta por hora)	$\frac{1}{\mathrm{h}}$
z_M	Número de dientes de la rueda de centro	1
z_K	Número de dientes de la rueda intermedia	1
z_S	Número de dientes de la rueda de segundos	1
z'_K	Número de dientes del piñón intermedio	1
z'_S	Número de dientes del piñón de segundos	1
z'_H	Número de dientes del piñón de escape	1

Conviene saber: Si falta una rueda o un piñón, se despeja la fórmula para su número de dientes. El resultado debe ser un número entero; si no, se ha contado mal un número de dientes o se ha supuesto mal el número de alternancias.

EJEMPLO Se han contado: rueda de centro 80, rueda intermedia 75, rueda de segundos 84 y rueda de escape 20 dientes; piñón intermedio 10, piñón de segundos 10 y piñón de escape 7 dientes.

Datos: $z_\mathrm{H} = 20;\quad n_\mathrm{M} = 1\,\frac{1}{\mathrm{h}};\quad z_\mathrm{M} = 80;\quad z_\mathrm{K} = 75;\quad z_\mathrm{S} = 84;\quad z'_\mathrm{K} = 10;\quad z'_\mathrm{S} = 10;\quad z'_\mathrm{H} = 7$

$$\begin{aligned} n_\mathrm{h} &= \frac{2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot n_\mathrm{M} \cdot z_\mathrm{M} \cdot z_\mathrm{K} \cdot z_\mathrm{S}}{z'_\mathrm{K} \cdot z'_\mathrm{S} \cdot z'_\mathrm{H}} \\ &= \frac{2 \cdot 20 \cdot 1\,\frac{1}{\mathrm{h}} \cdot 80 \cdot 75 \cdot 84}{10 \cdot 10 \cdot 7} \\ &= 28\,800\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

El movimiento da 28 800 semioscilaciones por hora; el volante oscila a 4 Hz.

Velocidad de giro de la rueda de escape

(2.8) OFICIAL

$$n_{\mathrm{H}} = \frac{n_{\mathrm{h}}}{2 \cdot z_{\mathrm{H}}}$$

Así se obtiene la velocidad de giro que el tren de engranajes debe dar a la rueda de escape. Más dientes en la rueda de escape significa que el tren de engranajes puede girar más despacio.

n_{H}	Velocidad de giro de la rueda de escape	$\frac{1}{\mathrm{min}}$
n_{h}	Número de alternancias (semioscilaciones por unidad de tiempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z_{H}	Número de dientes de la rueda de escape	1

EJEMPLO ¿A qué velocidad gira una rueda de escape de 20 dientes a 28 800 A/h?

Datos: $n_{\mathrm{h}} = 28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $z_{\mathrm{H}} = 20$

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{H}} &= \frac{n_{\mathrm{h}}}{2 \cdot z_{\mathrm{H}}} \\ &= \frac{28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}}{2 \cdot 20} \\ &= 12\ \frac{1}{\mathrm{min}} \end{aligned}$$

Doce vueltas por minuto; una vuelta dura 5 s. Una rueda de escape de 15 dientes necesitaría, con el mismo número de alternancias, 16 vueltas por minuto.

Los relojes pequeños de hasta 21 600 A/h tienen casi siempre una rueda de escape de 15 dientes; los movimientos de 28 800 A/h y más, a menudo una de 20 dientes. En los relojes grandes el margen va de unos 15 a 40 dientes. Si el segundero está en el eje de la rueda de escape y el péndulo bate segundos, la rueda de escape tiene 30 dientes.

Condición para la rueda de segundos

(2.9) OFICIAL

$$\frac{z_{\mathrm{M}} \cdot z_{\mathrm{K}}}{z'_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{S}}} = 60$$

DESPEJADA $z_{\mathrm{K}} = \dfrac{60 \cdot z'_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{S}}}{z_{\mathrm{M}}}$

Si el eje de la rueda de segundos lleva el segundero, debe girar 60 veces más deprisa que la rueda de centro. Lo habitual es el reparto $8 \cdot 7{,}5$.

Validez: movimientos cuya rueda de segundos da una vuelta por minuto (segundero pequeño o rueda de segundos central).

z_{M}	Número de dientes de la rueda de centro	1
z_{K}	Número de dientes de la rueda intermedia	1
z'_{K}	Número de dientes del piñón intermedio	1
z'_{S}	Número de dientes del piñón de segundos	1

EJEMPLO En un movimiento falta la rueda intermedia. La rueda de centro tiene 80 dientes; el piñón intermedio y el piñón de segundos, 10 dientes cada uno.

Datos: $z'_{\mathrm{K}} = 10$; $z'_{\mathrm{S}} = 10$; $z_{\mathrm{M}} = 80$

$$\begin{aligned} z_{\mathrm{K}} &= \frac{60 \cdot z'_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{S}}}{z_{\mathrm{M}}} \\ &= \frac{60 \cdot 10 \cdot 10}{80} \\ &= 75 \end{aligned}$$

La rueda intermedia que falta tiene 75 dientes. El módulo lo da la distancia entre centros, fórmula (2.16).

Número de alternancias a partir del último engrane

(2.10) OFICIAL

$$n_\mathrm{h} = \frac{2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot n_\mathrm{S} \cdot z_\mathrm{S}}{z'_\mathrm{H}}$$

DESPEJADA $z_\mathrm{S} = \dfrac{n_\mathrm{h} \cdot z'_\mathrm{H}}{2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot n_\mathrm{S}}$

Si la rueda de segundos da una vuelta por minuto, basta el último engrane para comprobar el número de alternancias o calcular una rueda de segundos que falte.

Validez: la rueda de segundos da una vuelta por minuto.

n_h	Número de alternancias (semioscilaciones por unidad de tiempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z_H	Número de dientes de la rueda de escape	1
n_S	Velocidad de giro de la rueda de segundos (una vuelta por minuto)	$\frac{1}{\mathrm{min}}$
z_S	Número de dientes de la rueda de segundos	1
z'_H	Número de dientes del piñón de escape	1

EJEMPLO Un movimiento de 28 800 A/h tiene una rueda de escape de 20 dientes y un piñón de escape de 7 dientes. Falta la rueda de segundos.

Datos: $n_\mathrm{h} = 28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $z'_\mathrm{H} = 7$; $z_\mathrm{H} = 20$; $n_\mathrm{S} = 1\ \frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} z_\mathrm{S} &= \frac{n_\mathrm{h} \cdot z'_\mathrm{H}}{2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot n_\mathrm{S}} \\ &= \frac{28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \cdot 7}{2 \cdot 20 \cdot 1\ \frac{1}{\mathrm{min}}} \\ &= 84 \end{aligned}$$

La rueda de segundos debe tener 84 dientes.

Juegos de números de dientes para relojes pequeños (ejemplos calculados, la rueda de segundos da una vuelta por minuto)

Número de alternancias en A/h	Rueda de centro : piñón intermedio	Rueda intermedia : piñón de segundos	Rueda de segundos : piñón de escape	Rueda de escape	Relación de transmisión
18 000	80 : 10	75 : 10	80 : 8	15	600
18 000	64 : 8	60 : 8	70 : 7	15	600
21 600	80 : 10	75 : 10	72 : 6	15	720
21 600	64 : 8	60 : 8	84 : 7	15	720
28 800	80 : 10	75 : 10	84 : 7	20	720
36 000	80 : 10	75 : 10	90 : 6	20	900

Los juegos están calculados con la fórmula (2.7) y muestran cómo resulta el número de alternancias de los números de dientes. Los calibres reales difieren; lo determinante son siempre los dientes contados.

Regla: Número de alternancias igual a dos veces los dientes de la rueda de escape por la relación de transmisión de la rueda de centro a la rueda de escape. Ruedas motrices en el numerador, piñones accionados en el denominador.

2.3 Minutería

La minutería está bajo la esfera y deriva el giro de la aguja de horas del de la aguja de minutos. El cañón de minutos está montado a fricción sobre el eje de la rueda de centro para poder poner las agujas en hora.

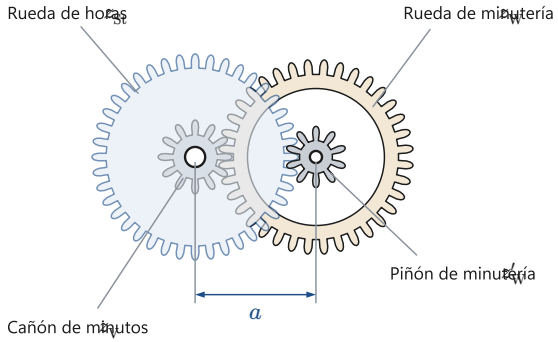


Fig. 2.5 Minutería vista desde arriba: ambos engranes tienen la misma distancia entre centros a

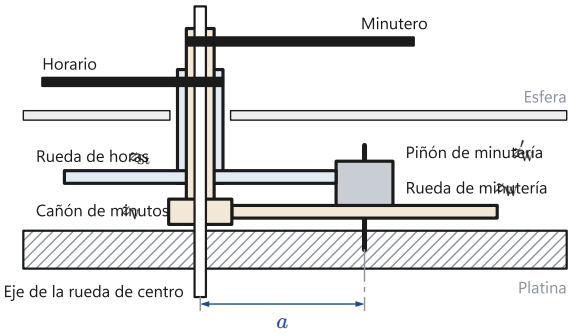


Fig. 2.6 Minutería en corte (esquema): la rueda de horas gira libre sobre el cañón de minutos

Reducción de la minutería

(2.11) OFICIAL

$$\frac{z_W \cdot z_{St}}{z_V \cdot z'_W} = 12$$

DESPEJADA $$z_{St} = \frac{12 \cdot z_V \cdot z'_W}{z_W}$$

El cañón de minutos lleva la aguja de minutos y da una vuelta por hora; la rueda de horas, una vuelta en 12 horas. Como aquí los piñones son los motrices, las ruedas accionadas van en el numerador: la minutería reduce 12 a 1.

Validez: indicación de 12 horas por vuelta de la aguja de horas. Tras dos engranes, la rueda de horas gira en el mismo sentido que el cañón de minutos.

z_W	Número de dientes de la rueda de minutería	1
z_{St}	Número de dientes de la rueda de horas	1
z_V	Número de dientes del cañón de minutos (acciona la rueda de minutería)	1
z'_W	Número de dientes del piñón de minutería (acciona la rueda de horas)	1

EJEMPLO En una minutería falta la rueda de horas. El cañón de minutos tiene 14 dientes, la rueda de minutería 42 y el piñón de minutería 12.

Datos: $z_V = 14$; $z'_W = 12$; $z_W = 42$

$$z_{St} = \frac{12 \cdot z_V \cdot z'_W}{z_W} = \frac{12 \cdot 14 \cdot 12}{42} = 48$$

La rueda de horas tiene 48 dientes. La reducción se reparte en 3 en el primer engrane y 4 en el segundo.

Indicación de 24 horas

(2.12) MAESTRO

$$z_{24} = 2 \cdot z_{\mathrm{A}}$$

z_{24}	Número de dientes de la rueda de 24 horas	1
z_{A}	Número de dientes de la rueda motriz montada en el cañón de horas	1

La aguja de 24 horas gira a la mitad de velocidad que la aguja de horas. Una rueda intermedia no cambia la reducción, pero hace que la aguja gire en sentido horario. La misma reducción de 2 a 1 acciona la rueda de mando de la fecha, que salta una vez al día (sección 2.6).

Validez: accionamiento desde la rueda de horas. Calculada desde el cañón de minutos, la reducción es de 24 a 1.

EJEMPLO En el cañón de horas hay una rueda de 24 dientes que acciona la rueda de 24 horas a través de una rueda intermedia.

Datos: $z_{\mathrm{A}} = 24$

$$\begin{aligned} z_{24} &= 2 \cdot z_{\mathrm{A}} \\ &= 2 \cdot 24 \\ &= 48 \end{aligned}$$

La rueda de 24 horas necesita 48 dientes. El número de dientes de la rueda intermedia se elige libremente.

Igual distancia entre centros en la minutería

(2.13) MAESTRO

$$m_1 \cdot (z_{\mathrm{V}} + z_{\mathrm{W}}) = m_2 \cdot (z'_{\mathrm{W}} + z_{\mathrm{St}})$$

DESPEJADA $\quad m_2 = \dfrac{m_1 \cdot (z_{\mathrm{V}} + z_{\mathrm{W}})}{z'_{\mathrm{W}} + z_{\mathrm{St}}}$

m_1	Módulo del engrane cañón de minutos y rueda de minutería	mm
z_{V}	Número de dientes del cañón de minutos (acciona la rueda de minutería)	1
z_{W}	Número de dientes de la rueda de minutería	1
m_2	Módulo del engrane piñón de minutería y rueda de horas	mm
z'_{W}	Número de dientes del piñón de minutería (acciona la rueda de horas)	1
z_{St}	Número de dientes de la rueda de horas	1

El cañón de minutos y la rueda de horas giran alrededor del mismo eje, y también la rueda de minutería y su piñón. Por eso ambos engranes tienen la misma distancia entre centros según la fórmula (2.16). Si las sumas de números de dientes son distintas, también deben serlo los módulos.

EJEMPLO Una minutería tiene cañón de minutos de 12, rueda de minutería de 36, piñón de minutería de 10 y rueda de horas de 40 dientes. El primer engrane tiene un módulo de 0,25 mm.

Datos: $m_1 = 0{,}25\,\mathrm{mm}; \quad z_{\mathrm{V}} = 12; \quad z_{\mathrm{W}} = 36; \quad z'_{\mathrm{W}} = 10; \quad z_{\mathrm{St}} = 40$

$$\begin{aligned} m_2 &= \frac{m_1 \cdot (z_{\mathrm{V}} + z_{\mathrm{W}})}{z'_{\mathrm{W}} + z_{\mathrm{St}}} \\ &= \frac{0{,}25\,\mathrm{mm} \cdot (12 + 36)}{10 + 40} \\ &= 0{,}24\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El segundo engrane necesita un módulo de 0,24 mm. Con los números de dientes 10 y 30 y 8 y 32, ambos engranes podrían tener el mismo módulo.

2.4 Geometría del dentado

Todas las medidas de un dentado dependen del módulo. Con el módulo y el número de dientes quedan fijados el círculo primitivo, la distancia entre centros y el tamaño del diente; la forma del diente determina después el

círculo de cabeza y el círculo de pie.

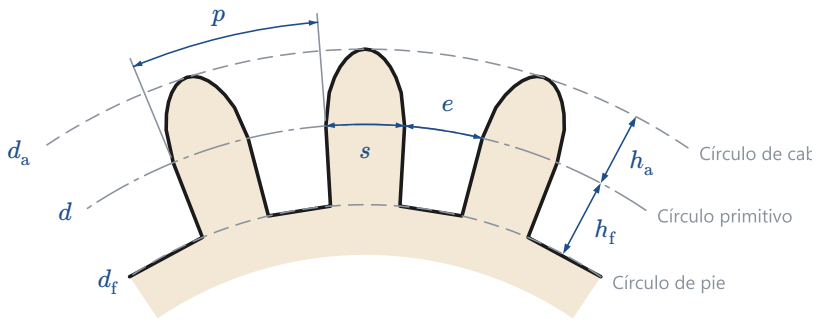


Fig. 2.7 Medidas de la rueda dentada: círculo de cabeza d_a, círculo primitivo d, círculo de pie d_f, paso p, espesor del diente s, hueco e, altura de cabeza h_a y altura de pie h_f

Paso y módulo

(2.14) OFICIAL

$$p = \pi \cdot m$$

DESPEJADA $m = \dfrac{p}{\pi}$

El módulo es el paso dividido entre π. Es la medida del tamaño del diente: solo encajan rueda y piñón del mismo módulo.

p	Paso (distancia de diente a diente, como arco sobre el círculo primitivo)	mm
m	Módulo	mm

EJEMPLO ¿Cuál es el paso con módulo 0,2 mm?

Datos: $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} p &= \pi \cdot m \\ &= \pi \cdot 0{,}2\,\mathrm{mm} \\ &\approx 0{,}628\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

De diente a diente hay 0,628 mm sobre el círculo primitivo; el diente y el hueco tienen, por tanto, unos 0,3 mm de ancho cada uno.

Diámetro primitivo

(2.15) OFICIAL

$$d = m \cdot z$$

DESPEJADA $m = \dfrac{d}{z}$

El círculo primitivo es el círculo imaginario sobre el que la rueda y el piñón ruedan uno sobre otro como dos ruedas de fricción lisas.

d	Diámetro primitivo	mm
m	Módulo	mm
z	Número de dientes	1

EJEMPLO Una rueda tiene 80 dientes y módulo 0,2 mm.

Datos: $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}; \quad z = 80$

$$\begin{aligned} d &= m \cdot z \\ &= 0{,}2\,\mathrm{mm} \cdot 80 \\ &= 16\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El círculo primitivo mide 16 mm. En la rueda terminada no se ve; solo puede medirse el círculo de cabeza.

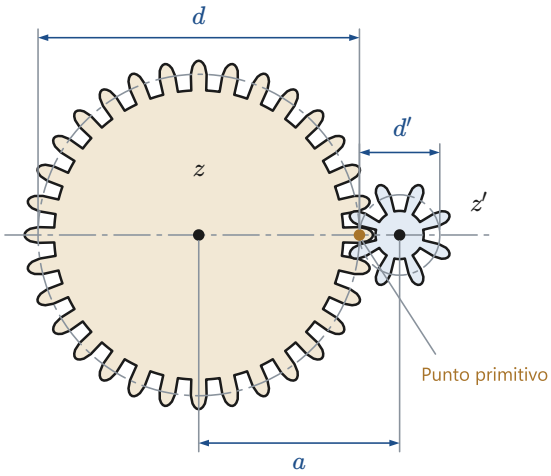


Fig. 2.8 Engrane: los círculos primitivos d y d' se tocan en el punto primitivo

distancia entre centros

(2.16) OFICIAL

$$a = \frac{m \cdot (z + z')}{2}$$

DESPEJADA $\quad m = \dfrac{2 \cdot a}{z + z'}$

a	distancia entre centros	mm
m	Módulo	mm
z	Número de dientes (de la rueda)	1
z'	Número de dientes del piñón	1

Los círculos primitivos se tocan en el punto primitivo. La distancia entre centros es la suma de los dos radios primitivos. Despejada, la fórmula da el módulo a partir de la distancia entre centros medida.

Validez: dentado exterior con la profundidad de engrane correctamente ajustada.

EJEMPLO Entre dos cojinetes se miden 8,5 mm de distancia entre centros. La rueda tiene 75 dientes; el piñón, 10.

Datos: $a = 8{,}5\,\mathrm{mm}; \quad z = 75; \quad z' = 10$

$$\begin{aligned} m &= \frac{2 \cdot a}{z + z'} \\ &= \frac{2 \cdot 8{,}5\,\mathrm{mm}}{75 + 10} \\ &= 0{,}2\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El engrane tiene módulo 0,2 mm.

Círculo primitivo a partir de la distancia entre centros

(2.17) MAESTRO

$$d = \frac{2 \cdot a \cdot z}{z + z'}$$

La distancia entre centros se reparte entre la rueda y el piñón en la proporción de los números de dientes. Para el piñón, z' va en el numerador.

d	Diámetro primitivo (de la rueda)	mm
a	distancia entre centros	mm
z	Número de dientes (de la rueda)	1
z'	Número de dientes del piñón	1

EJEMPLO Distancia entre centros 8,5 mm, rueda de 75 dientes, piñón de 10 dientes.

Datos: $a = 8{,}5\,\text{mm}; \quad z = 75; \quad z' = 10$

$$\begin{aligned} d &= \frac{2 \cdot a \cdot z}{z + z'} \\ &= \frac{2 \cdot 8{,}5\,\text{mm} \cdot 75}{75 + 10} \\ &= 15\,\text{mm} \end{aligned}$$

El círculo primitivo de la rueda mide 15 mm; para el piñón quedan 2 mm.

Dentado relojero. En el tren de rodaje la rueda acciona el piñón, con una fuerza lo más uniforme posible y poco rozamiento. Para ello se ha impuesto el dentado cicloidal, hoy realizado casi siempre como dentado de arcos de círculo según las normas de la industria relojera: el diente de la rueda lleva sobre el círculo primitivo una ojiva; el diente del piñón tiene flancos rectos que convergen hacia el centro y una cabeza redondeada u ojival. Las alturas de cabeza dependen de los números de dientes. Las fórmulas siguientes las resumen en un suplemento al número de dientes.

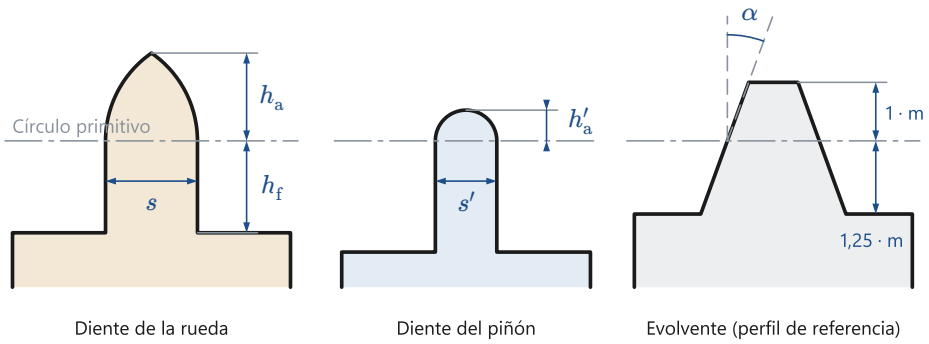


Fig. 2.9 Formas de diente, dibujadas sobre un círculo primitivo recto: diente de rueda ojival, diente de piñón con cabeza semicircular, perfil de referencia del dentado de evolvente con $\alpha = 20°$

Círculo de cabeza de la rueda

(2.18) APROXIMACIÓN OFICIAL

$$d_\mathrm{a} \approx m \cdot (z + k)$$

El círculo de cabeza es el diámetro exterior de la rueda y la única medida que se mide con facilidad. La altura de cabeza es $h_\mathrm{a} = \frac{k}{2} \cdot m$.

Validez: dentado relojero, la rueda acciona el piñón. k de la tabla; sin tabla se calcula con $k \approx 3$, y en los ejercicios de curso también con $k \approx \pi$.

d_a	Diámetro de cabeza (de la rueda)	mm
m	Módulo	mm
z	Número de dientes (de la rueda)	1
k	Suplemento de cabeza (de la rueda: doble altura de cabeza, medida en módulos)	1

EJEMPLO Una rueda de 80 dientes y módulo 0,2 mm engrana con un piñón de 10 dientes; según la tabla, $k = 3{,}19$.

Datos: $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}$; $z = 80$; $k = 3{,}19$

$$\begin{aligned} d_\mathrm{a} &\approx m \cdot (z + k) \\ &= 0{,}2\,\mathrm{mm} \cdot (80 + 3{,}19) \\ &\approx 16{,}64\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La rueda se tornea a 16,64 mm de círculo de cabeza; el círculo primitivo queda 0,32 mm por debajo de las puntas de los dientes.

Suplemento de cabeza k de la rueda, resumen (redondeado, para relaciones de transmisión de 6 a 10)

Número de dientes del piñón	6	7	8	10	12
Suplemento de cabeza k	2,6	2,8	2,9	3,2	3,4

Cuantos más dientes tiene el piñón, más alta es la ojiva del diente de la rueda. Los valores exactos dependen también del número de dientes de la rueda; figuran en la tabla siguiente.

Suplemento de cabeza k de la rueda según los números de dientes de rueda y piñón (valores de tabla del dentado relojero, dentado cicloidal)

Número de dientes z de la rueda	Piñón $z' = 6$	$z' = 7$	$z' = 8$	$z' = 9$	$z' = 10$	$z' = 12$	$z' = 15$
20	2,53	2,65	2,76	2,86	2,95	3,10	3,24
24	2,56	2,68	2,79	2,90	2,99	3,14	3,31
25	2,57	2,69	2,80	2,91	3,00	3,15	3,33
28	2,57	2,71	2,82	2,93	3,03	3,18	3,38
30	2,58	2,71	2,83	2,94	3,04	3,20	3,40
32	2,59	2,72	2,84	2,95	3,06	3,22	3,43
35	2,60	2,73	2,85	2,96	3,07	3,25	3,46
36	2,60	2,73	2,85	2,96	3,08	3,26	3,47
40	2,60	2,74	2,86	2,98	3,10	3,29	3,51
42	2,61	2,74	2,87	2,98	3,10	3,30	3,53
45	2,61	2,74	2,88	3,00	3,12	3,32	3,55
48	2,62	2,75	2,88	3,00	3,12	3,33	3,56
50	2,62	2,75	2,89	3,01	3,12	3,33	3,57
54	2,62	2,75	2,89	3,01	3,13	3,35	3,59
56	2,62	2,76	2,90	3,02	3,13	3,35	3,60
60	2,63	2,76	2,90	3,02	3,14	3,36	3,61
64	2,63	2,77	2,91	3,03	3,15	3,37	3,62
70	2,63	2,77	2,92	3,05	3,17	3,39	3,64
72	2,64	2,78	2,92	3,05	3,17	3,39	3,64
75	2,64	2,78	2,93	3,06	3,18	3,40	3,65
80	2,64	2,79	2,93	3,07	3,19	3,41	3,66
84	2,64	2,79	2,93	3,07	3,20	3,42	3,67
90	2,65	2,80	2,94	3,08	3,21	3,44	3,69
96	2,65	2,80	2,94	3,09	3,22	3,45	3,70
100	2,66	2,81	2,95	3,10	3,23	3,46	3,71
110	2,66	2,81	2,96	3,11	3,24	3,47	3,73
120	2,67	2,82	2,97	3,12	3,25	3,49	3,75
140	2,68	2,84	2,99	3,13	3,27	3,51	3,78
150	2,69	2,84	3,00	3,14	3,28	3,52	3,80
160	2,69	2,85	3,01	3,15	3,29	3,52	3,81
180	2,70	2,86	3,01	3,15	3,30	3,53	3,83
200	2,71	2,87	3,02	3,16	3,31	3,55	3,85

Con estos valores se calculan los ejercicios de curso y de examen. Para números de dientes entre filas se toma la fila más próxima; de una fila a otra, k cambia solo unas centésimas. La altura de cabeza del diente de la rueda es $h_{\mathrm{a}} = \frac{k}{2} \cdot m$. Los valores corresponden al diente ojival del dentado cicloidal: su flanco se genera cuando un círculo de la mitad del diámetro del círculo primitivo del piñón rueda por fuera sobre el círculo primitivo de la rueda (epicicloide). Recalculados, los valores de la tabla quedan en torno al 95 % de la altura a la que los dos flancos se unen en punta, si el diente tiene medio paso de espesor sobre el círculo primitivo. Para la fabricación valen las normas de dentado de la industria relojera (NHS, NIHS). Según la norma y el perfil dan valores algo distintos de esta tabla, en el dentado de la rueda de unas centésimas a pocas décimas; quien fabrica una rueda calcula, por tanto, con la hoja de la norma.

Módulo a partir del círculo de cabeza medido

(2.19) APROXIMACIÓN OFICIAL

$$m \approx \frac{d_a}{z + k}$$

El camino habitual hacia la rueda o el piñón que faltan: contar los dientes de la pieza compañera existente, medir el círculo de cabeza y calcular el módulo. Contrastar el resultado con la distancia entre centros según la fórmula (2.16).

Validez: como la fórmula (2.18). Para un piñón existente vale la fórmula (2.20) de forma análoga.

m	Módulo	mm
d_a	Diámetro de cabeza (de la rueda)	mm
z	Número de dientes (de la rueda)	1
k	Suplemento de cabeza (de la rueda: doble altura de cabeza, medida en módulos)	1

EJEMPLO A una rueda le falta el piñón. La rueda tiene 64 dientes y 10,06 mm de círculo de cabeza; debe accionar un piñón de 8 dientes, por tanto $k = 2{,}9$.

Datos: $d_a = 10{,}06\,\text{mm}$; $z = 64$; $k = 2{,}9$

$$\begin{aligned} m &\approx \frac{d_a}{z + k} \\ &= \frac{10{,}06\,\text{mm}}{64 + 2{,}9} \\ &\approx 0{,}150\,\text{mm} \end{aligned}$$

El módulo es 0,15 mm. El piñón que falta tiene así 1,2 mm de círculo primitivo, y la distancia entre centros es de 5,4 mm.

Círculo de cabeza del piñón

(2.20) APROXIMACIÓN MAESTRO

$$d'_a \approx m \cdot (z' + k')$$

En el tren de rodaje, la cabeza del piñón solo trabaja poco antes de la línea de centros. Por eso es baja; con cabeza semicircular, la altura de cabeza es igual a la mitad del espesor del diente. En general, la altura de cabeza es $h'_a = \frac{k'}{2} \cdot m$.

Validez: dentado relojero, el piñón es accionado. k' de las dos tablas.

d'_a	Diámetro de cabeza del piñón	mm
m	Módulo	mm
z'	Número de dientes del piñón	1
k'	Suplemento de cabeza del piñón (tabla)	1

EJEMPLO Un piñón de 8 dientes y módulo 0,15 mm lleva cabezas semicirculares; del espesor del diente resulta $k' = 1{,}05$.

Datos: $m = 0{,}15\,\text{mm}$; $z' = 8$; $k' = 1{,}05$

$$\begin{aligned} d'_a &\approx m \cdot (z' + k') \\ &= 0{,}15\,\text{mm} \cdot (8 + 1{,}05) \\ &\approx 1{,}36\,\text{mm} \end{aligned}$$

El piñón tiene 1,36 mm de diámetro exterior con 1,2 mm de círculo primitivo. Con el valor de tabla redondeado $k' = 1{,}0$ resultan 1,35 mm.

Diente de piñón del dentado relojero: espesor del diente y suplemento de cabeza calculado a partir de él (valores orientativos)

Número de dientes del piñón	Espesor del diente s'	Suplemento de cabeza k' con cabeza semicircular
6 a 10	aproximadamente un tercio del paso, $1{,}05 \cdot m$	1,05
desde 11	aproximadamente dos quintos del paso, $1{,}25 \cdot m$	1,25

Con cabeza semicircular, la altura de cabeza es la mitad del espesor del diente; de ello resultan estos valores. El límite entre 10 y 11 dientes sigue la norma de dentado de la industria relojera.

Suplemento de cabeza k' del piñón según la forma de la cabeza (valores de tabla redondeados de los ejercicios de curso y de examen)

Forma de la cabeza del diente del piñón	Piñón de 6 a 10 dientes	Piñón desde 11 dientes
semicircular (redondeada)	1,0	1,2
ojival (apuntada)	1,5	1,8

Los valores para cabeza semicircular son los valores 1,05 y 1,25 de la tabla anterior, redondeados. La diferencia cambia el círculo de cabeza solo en $0{,}05 \cdot m$, con módulo 0,2 mm, por tanto, en 0,01 mm. El límite está, como en la norma de dentado de la industria relojera, entre 10 y 11 dientes: hasta 10 dientes el diente del piñón debe ser delgado para que el diente de la rueda tenga sitio en el hueco. Algunos materiales de curso incluyen ya el piñón de 10 dientes en el segundo grupo; en el examen vale el valor que indique el ejercicio o su tabla. Las cabezas ojivales son más altas; según el perfil llegan hasta aproximadamente $k' = 2$.

Círculo de pie de la rueda

(2.21) APROXIMACIÓN MAESTRO

$$d_\mathrm{f} \approx m \cdot (z - \pi)$$

d_f	Diámetro de pie (de la rueda)	mm
m	Módulo	mm
z	Número de dientes (de la rueda)	1

La altura de pie del diente de la rueda es aproximadamente medio paso, $h_\mathrm{f} \approx \frac{\pi}{2} \cdot m$. Así la cabeza del piñón pasa libremente por el hueco.

Validez: valor orientativo del dentado relojero. La profundidad de pie de la rueda no es crítica mientras la cabeza del piñón no toque fondo.

EJEMPLO Rueda de 80 dientes, módulo 0,2 mm.

Datos: $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}; \quad z = 80$

$$\begin{aligned} d_\mathrm{f} &\approx m \cdot (z - \pi) \\ &= 0{,}2\,\mathrm{mm} \cdot (80 - \pi) \\ &\approx 15{,}37\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El fondo de los dientes está en un diámetro de 15,37 mm. La altura total del diente es así de unos 0,63 mm.

Círculo de pie del piñón (valor orientativo)

(2.22) APROXIMACIÓN OFICIAL

$$d'_\mathrm{f} \approx m \cdot (z' - 4)$$

d'_f	Diámetro de pie del piñón (diámetro de núcleo)	mm
m	Módulo	mm
z'	Número de dientes del piñón	1

La altura de pie del diente del piñón es de unos $2 \cdot m$. Basta para cualquier cabeza de rueda de la tabla: la más alta mide $1{,}93 \cdot m$; las habituales, entre $1{,}3 \cdot m$ y $1{,}7 \cdot m$. El resto es juego de cabeza.

Validez: valor orientativo del dentado relojero para ejercicios de curso y de examen. La fórmula siguiente calcula con más precisión, con el suplemento de cabeza de la rueda conjugada.

EJEMPLO Un piñón de 12 dientes tiene módulo 0,31 mm. ¿Cuál es su círculo de pie?

Datos: $m = 0{,}31\,\mathrm{mm}; \quad z' = 12$

$$\begin{aligned} d'_\mathrm{f} &\approx m \cdot (z' - 4) \\ &= 0{,}31\,\mathrm{mm} \cdot (12 - 4) \\ &= 2{,}48\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

2,48 mm, con 3,72 mm de círculo primitivo.

Círculo de pie del piñón

(2.23) AMPLIACIÓN

$$d'_{\mathrm{f}} = m \cdot (z' - k) - 2 \cdot c$$

El hueco del piñón debe alojar la cabeza del diente de la rueda y dejar además holgura por debajo: altura de pie del piñón igual a altura de cabeza de la rueda más juego de cabeza.

d'_{f}	Diámetro de pie del piñón (diámetro de núcleo)	mm
m	Módulo	mm
z'	Número de dientes del piñón	1
k	Suplemento de cabeza (de la rueda conjugada)	1
c	Juego de cabeza entre la cabeza de la rueda y el fondo del piñón (valor orientativo $0{,}4 \cdot m$)	mm

EJEMPLO Piñón de 10 dientes, módulo 0,2 mm, rueda conjugada con $k = 3{,}2$, juego de cabeza 0,08 mm.

Datos: $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}$; $z' = 10$; $k = 3{,}2$; $c = 0{,}08\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} d'_{\mathrm{f}} &= m \cdot (z' - k) - 2 \cdot c \\ &= 0{,}2\,\mathrm{mm} \cdot (10 - 3{,}2) - 2 \cdot 0{,}08\,\mathrm{mm} \\ &= 1{,}20\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El núcleo del piñón mide 1,2 mm con 2 mm de círculo primitivo. Sin juego de cabeza serían 1,36 mm; con esta medida, el diente de la rueda ya tocaría el fondo.

Espesor del diente de la rueda

(2.24) OFICIAL

$$s = \frac{\pi \cdot m}{2}$$

El diente y el hueco se reparten el paso: $p = s + e$. En la rueda ambos son iguales; el espesor del diente es, por tanto, la mitad del paso.

Validez: rueda del dentado relojero (valor orientativo). Los dientes del piñón son más delgados, véase la tabla de la fórmula (2.20).

s	Espesor del diente (de la rueda, sobre el círculo primitivo)	mm
m	Módulo	mm

EJEMPLO Módulo 0,2 mm.

Datos: $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} s &= \frac{\pi \cdot m}{2} \\ &= \frac{\pi \cdot 0{,}2\,\mathrm{mm}}{2} \\ &\approx 0{,}314\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El diente y el hueco de la rueda tienen cada uno 0,314 mm de ancho sobre el círculo primitivo.

Juego entre flancos

(2.25) MAESTRO

$$j = p - s - s'$$

El diente del piñón es más estrecho que el hueco de la rueda. La diferencia es el juego entre flancos. Deja espacio para aceite, suciedad y errores de división y de concentricidad.

Validez: medición sobre el círculo primitivo con la distancia entre centros correcta.

j	Juego entre flancos sobre el círculo primitivo	mm
p	Paso (distancia de diente a diente, como arco sobre el círculo primitivo)	mm
s	Espesor del diente (de la rueda, sobre el círculo primitivo)	mm
s'	Espesor del diente del piñón sobre el círculo primitivo	mm

EJEMPLO Módulo 0,2 mm: paso 0,628 mm, espesor del diente de la rueda 0,314 mm, del piñón de 8 dientes 0,209 mm.

Datos: $p = 0{,}628\,\mathrm{mm}; \quad s = 0{,}314\,\mathrm{mm}; \quad s' = 0{,}209\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} j &= p - s - s' \\ &= 0{,}628\,\mathrm{mm} - 0{,}314\,\mathrm{mm} - 0{,}209\,\mathrm{mm} \\ &= 0{,}105\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Entre los flancos quedan unos 0,1 mm de holgura, un sexto del paso.

Profundidad de engrane. Si los ejes están demasiado juntos, los círculos primitivos se cortan: el engrane es demasiado profundo, los dientes se empujan entre sí, el movimiento va duro y, en el peor caso, se bloquea. Si están demasiado separados, el engrane es demasiado superficial: conducen las puntas de los dientes, la fuerza se transmite de forma irregular y el engrane cae de forma audible. Se comprueba con el compás de engranajes o palpando el juego de los dientes; se corrige mediante la distancia entre centros o con un piñón adecuado.

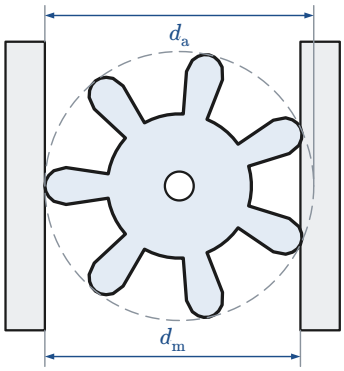


Fig. 2.10 Número de dientes impar: la medida d_m es menor que el círculo de cabeza d_a

Medir el círculo de cabeza con número de dientes impar

(2.26) MAESTRO

$$d_a = \frac{d_m}{\cos^2\left(\frac{90^\circ}{z}\right)}$$

d_a	Diámetro de cabeza	mm
d_m	Medida entre las superficies de medición	mm
z	Número de dientes (impar)	1

Con número de dientes impar, a cada diente se le opone un hueco. Una superficie de medición apoya en una punta de diente y la otra en dos. Por eso la medida es menor que el círculo de cabeza.

Validez: número de dientes impar; superficies de medición planas, paralelas y más anchas que un paso. Con número de dientes par, el círculo de cabeza se mide directamente.

EJEMPLO Un piñón de 7 dientes mide 1,62 mm entre las bocas del pie de rey.

Datos: $d_m = 1{,}62\,\text{mm}; \quad z = 7$

$$d_a = \frac{d_m}{\cos^2\left(\frac{90^\circ}{z}\right)} = \frac{1{,}62\,\text{mm}}{\cos^2\left(\frac{90^\circ}{7}\right)} \approx 1{,}70\,\text{mm}$$

El círculo de cabeza es 0,08 mm mayor que la medida. Con 15 dientes la diferencia es todavía de un 1 %; a partir de unos 60 dientes, menos del 0,1 %.

Dentado de evolvente. El dentado de la construcción de maquinaria aparece en el reloj donde se reduce la velocidad o cambia la dirección de la fuerza: en la cuerda, en la puesta en hora, en el tren automático y en los mecanismos de calendario. Sus flancos son evolventes, es decir, curvas que describe un hilo al desenrollarse del círculo base. Este dentado tolera pequeños errores de la distancia entre centros: el giro se sigue transmitiendo de forma uniforme. El paso, el círculo primitivo y la distancia entre centros se calculan como antes.

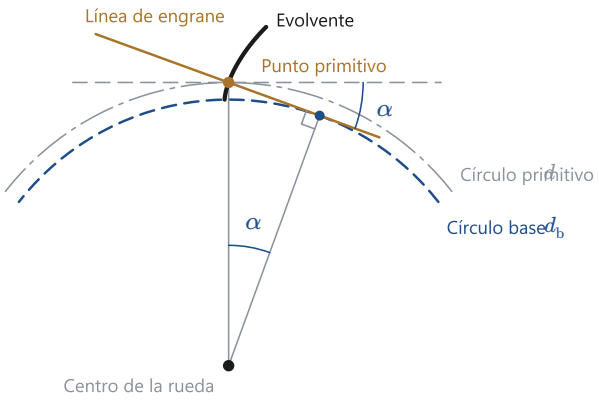


Fig. 2.11 Dentado de evolvente: la línea de engrane es tangente al círculo base y está inclinada el ángulo de presión α

Círculo de cabeza del dentado de evolvente

(2.27) MAESTRO

$$d_\mathrm{a} = m \cdot (z + 2)$$

DESPEJADA $m = \dfrac{d_\mathrm{a}}{z + 2}$

La altura de cabeza es igual al módulo. Despejada, la fórmula da el módulo de una rueda de evolvente a partir del círculo de cabeza y del número de dientes.

Validez: dentado normal sin desplazamiento de perfil, ángulo de presión 20°, altura de cabeza $1 \cdot m$.

d_a	Diámetro de cabeza	mm
m	Módulo	mm
z	Número de dientes	1

EJEMPLO Una rueda de 24 dientes y módulo 0,5 mm.

Datos: $m = 0{,}5\,\mathrm{mm}$; $z = 24$

$$\begin{aligned} d_\mathrm{a} &= m \cdot (z + 2) \\ &= 0{,}5\,\mathrm{mm} \cdot (24 + 2) \\ &= 13\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Círculo de cabeza 13 mm con 12 mm de círculo primitivo.

Círculo de pie del dentado de evolvente

(2.28) MAESTRO

$$d_\mathrm{f} = m \cdot (z - 2{,}5)$$

La altura de pie es 1,25 veces el módulo: altura de cabeza de la rueda conjugada más $0{,}25 \cdot m$ de juego de cabeza.

Validez: dentado normal sin desplazamiento de perfil. En mecánica de precisión son habituales también alturas de pie mayores; entonces, en lugar de 2,5 figura el doble del factor de altura de pie.

d_f	Diámetro de pie	mm
m	Módulo	mm
z	Número de dientes	1

EJEMPLO La misma rueda: 24 dientes, módulo 0,5 mm.

Datos: $m = 0{,}5\,\mathrm{mm}$; $z = 24$

$$\begin{aligned} d_\mathrm{f} &= m \cdot (z - 2{,}5) \\ &= 0{,}5\,\mathrm{mm} \cdot (24 - 2{,}5) \\ &= 10{,}75\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Círculo de pie 10,75 mm; la altura del diente es $2{,}25 \cdot m$, es decir, 1,125 mm.

Círculo base

(2.29) AMPLIACIÓN

$$d_\mathrm{b} = d \cdot \cos\alpha$$

La evolvente se desenrolla a partir del círculo base. Los dientes se tocan siempre sobre la línea de engrane, que es tangente a ambos círculos base y está inclinada el ángulo de presión respecto a la tangente común de los círculos primitivos.

d_b	Diámetro del círculo base	mm
d	Diámetro primitivo	mm
α	Ángulo de presión (normalizado 20°)	°

EJEMPLO Círculo primitivo 12 mm, ángulo de presión 20°.

Datos: $d = 12\,\mathrm{mm}$; $\alpha = 20°$

$$\begin{aligned} d_\mathrm{b} &= d \cdot \cos\alpha \\ &= 12\,\mathrm{mm} \cdot \cos(20°) \\ &\approx 11{,}28\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El círculo base queda 0,36 mm por debajo del círculo primitivo. Por debajo del círculo base no hay evolvente.

2.5 Sonería

La sonería es un tren propio con motor, tren de engranajes y volante de aletas. El tren de rodaje la dispara; un contador determina el número de golpes: la rueda contadora o la cremallera.

Suma de los golpes de las horas

(2.30) MAESTRO

$$N = \frac{k \cdot (k+1)}{2}$$

N	Número (de golpes para las horas 1 a k)	1
k	Última hora tocada	1

Los golpes de las horas 1 + 2 + 3, y así sucesivamente, se suman según la fórmula de la suma.

EJEMPLO ¿Cuántos golpes se dan de la 1 a las 12?

Datos: $k = 12$

$$\begin{aligned} N &= \frac{k \cdot (k+1)}{2} \\ &= \frac{12 \cdot (12+1)}{2} \\ &= 78 \end{aligned}$$

78 golpes en 12 horas, 156 al día.

Golpes por día

(2.31) MAESTRO

$$N_{\mathrm{d}} = 2 \cdot (N_{12} + 12 \cdot b)$$

N_{d}	Golpes en 24 horas	1
N_{12}	Golpes de las horas en 12 horas (78)	1
b	Golpes en cada media hora (0 o 1)	1

El golpe de la media hora añade 12 golpes en 12 horas.

Validez: toque de horas con un golpe como máximo a la media hora. Las sonerías de cuartos tienen un tren propio y se calculan por separado.

EJEMPLO Una sonería toca las horas y da un golpe en cada media hora.

Datos: $N_{12} = 78; \quad b = 1$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{d}} &= 2 \cdot (N_{12} + 12 \cdot b) \\ &= 2 \cdot (78 + 12 \cdot 1) \\ &= 180 \end{aligned}$$

180 golpes al día: 90 en 12 horas en lugar de 78.

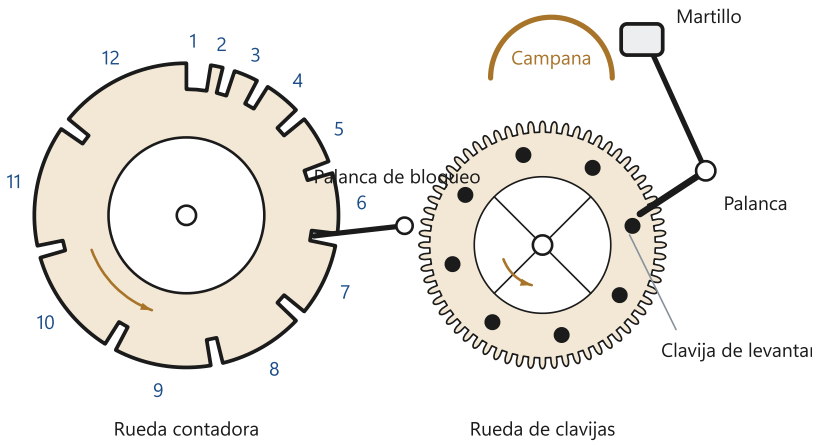


Fig. 2.12 Rueda contadora de 78 partes (cada hora ocupa tantas partes como golpes tiene) y rueda de clavijas con martillo

Rueda contadora

(2.32) MAESTRO

$$N_{\mathrm{Sch}} = \frac{z_{\mathrm{N}} \cdot z_{\mathrm{Sch}}}{z'_{\mathrm{Sch}}}$$

La rueda contadora cuenta los golpes. Da una vuelta en 12 horas; su perímetro está dividido en 78 o 90 partes, y tras cada serie de golpes la palanca de bloqueo cae en una muesca y detiene el tren.

Validez: la rueda contadora está accionada por el eje de la rueda de clavijas y da una vuelta en 12 horas.

N_{Sch}	Golpes por vuelta de la rueda contadora (78; con golpe de media hora, 90)	1
z_{N}	Número de clavijas de levantamiento	1
z_{Sch}	Número de dientes de la rueda de la rueda contadora	1
z'_{Sch}	Número de dientes del piñón en el eje de la rueda de clavijas, que acciona la rueda contadora	1

EJEMPLO Una rueda de clavijas lleva 10 clavijas de levantamiento. En su eje hay un piñón de 8 dientes que acciona una rueda contadora de 72 dientes.

Datos: $z_{\mathrm{N}} = 10$; $z_{\mathrm{Sch}} = 72$; $z'_{\mathrm{Sch}} = 8$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{Sch}} &= \frac{z_{\mathrm{N}} \cdot z_{\mathrm{Sch}}}{z'_{\mathrm{Sch}}} \\ &= \frac{10 \cdot 72}{8} \\ &= 90 \end{aligned}$$

90 golpes por vuelta: una sonería con golpe de media hora. Para 78 golpes sirven 13 clavijas con una reducción de 6.

En la sonería de cremallera, el escalonado de horas, un disco escalonado de 12 escalones en la rueda de horas, determina cuánto cae la cremallera. En cada golpe, el recogedor devuelve la cremallera un diente, hasta que el tren vuelve a quedar bloqueado. A diferencia de la rueda contadora, la sonería de cremallera no puede desincronizarse respecto a las agujas.

Golpes por vuelta de la rueda motriz

(2.33) MAESTRO

$$N_{\mathrm{A}} = \frac{z_{\mathrm{N}} \cdot z_{\mathrm{A}}}{z'_{\mathrm{N}}}$$

Cada clavija levanta el martillo una vez. La rueda de clavijas gira más deprisa que la rueda motriz en la proporción de la relación de transmisión.

Validez: la rueda motriz engrana directamente con el piñón de la rueda de clavijas. Si hay una rueda suplementaria intermedia, su relación de transmisión se añade como factor.

N_{A}	Golpes por vuelta de la rueda motriz (rueda del tambor o barrilete)	1
z_{N}	Número de clavijas de levantamiento	1
z_{A}	Número de dientes de la rueda motriz	1
z'_{N}	Número de dientes del piñón en el eje de la rueda de clavijas	1

EJEMPLO Una rueda del tambor de 96 dientes acciona el piñón (8 dientes) de una rueda de clavijas con 8 clavijas.

Datos: $z_{\mathrm{N}} = 8$; $z_{\mathrm{A}} = 96$; $z'_{\mathrm{N}} = 8$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{A}} &= \frac{z_{\mathrm{N}} \cdot z_{\mathrm{A}}}{z'_{\mathrm{N}}} \\ &= \frac{8 \cdot 96}{8} \\ &= 96 \end{aligned}$$

Por cada vuelta del tambor se dan 96 golpes.

Vueltas por cada cuerda

(2.34) MAESTRO

$$U = \frac{t_{\mathrm{G}} \cdot n_{\mathrm{d}}}{N_{\mathrm{A}}}$$

El número de golpes por día lo da la fórmula (2.31). El tren de rodaje y la sonería se diseñan de modo que ambos funcionen el mismo tiempo con una cuerda.

U	Vueltas necesarias de la rueda motriz	1
t_{G}	Autonomía	d
n_{d}	Golpes por día	$\frac{1}{\mathrm{d}}$
N_{A}	Golpes por vuelta de la rueda motriz	1

EJEMPLO La sonería del ejemplo anterior debe funcionar 8 días y da 180 golpes al día.

Datos: $t_{\mathrm{G}} = 8\,\mathrm{d}$; $n_{\mathrm{d}} = 180\,\frac{1}{\mathrm{d}}$; $N_{\mathrm{A}} = 96$

$$\begin{aligned} U &= \frac{t_{\mathrm{G}} \cdot n_{\mathrm{d}}}{N_{\mathrm{A}}} \\ &= \frac{8\,\mathrm{d} \cdot 180\,\frac{1}{\mathrm{d}}}{96} \\ &= 15 \end{aligned}$$

En 8 días se dan 1440 golpes; para ello el tambor gira 15 veces. Con el grosor del cable y el diámetro del tambor se obtiene la altura de caída del peso (capítulo 1).

Vueltas del volante de aletas por golpe

(2.35) MAESTRO

$$U_{\mathrm{W}} = \frac{i_{\mathrm{W}}}{z_{\mathrm{N}}}$$

El volante de aletas frena el tren por la resistencia del aire sobre sus aletas. Como la resistencia crece mucho con la velocidad de giro, se establece una velocidad uniforme y los golpes se suceden a intervalos iguales. Aletas mayores o más inclinadas hacen el golpe más lento.

U_{W}	Vueltas del volante de aletas por golpe	1
i_{W}	Relación de transmisión de la rueda de clavijas al volante de aletas	1
z_{N}	Número de clavijas de levantamiento	1

EJEMPLO De la rueda de clavijas (64 dientes, 8 clavijas) al volante de aletas hay tres engranes: 64 a 8, 56 a 7 y 49 a 7. La relación de transmisión es $8 \cdot 8 \cdot 7 = 448$.

Datos: $i_{\mathrm{W}} = 448$; $z_{\mathrm{N}} = 8$

$$\begin{aligned} U_{\mathrm{W}} &= \frac{i_{\mathrm{W}}}{z_{\mathrm{N}}} \\ &= \frac{448}{8} \\ &= 56 \end{aligned}$$

El volante de aletas gira 56 veces por golpe.

2.6 Calendario y fases lunares

Los mecanismos de calendario cuentan días. Sus ruedas no se accionan de forma continua, sino que avanzan un diente una vez al día; el número de dientes es entonces el número de días por vuelta.

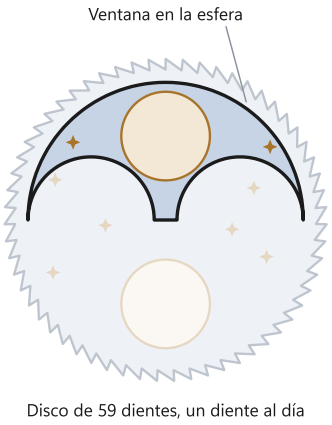


Fig. 2.13 Disco de fases lunares detrás de la ventanilla de la esfera

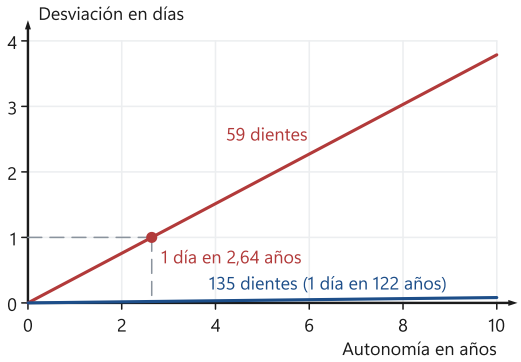


Fig. 2.14 Desviación de la indicación de fases lunares respecto a la Luna media

Disco de fases lunares

(2.36) MAESTRO

$$t_{\mathrm{L}} = \frac{z \cdot t_{\mathrm{s}}}{k}$$

De luna nueva a luna nueva pasan de media 29,530 59 días, el mes sinódico. Como una rueda no puede tener medios dientes, el disco lleva dos lunas y 59 dientes.

t_{L}	Duración indicada de una lunación	d
z	Número de dientes (del disco lunar)	1
t_{s}	Tiempo entre dos saltos (un diente por día)	d
k	Número (de lunas en el disco)	1

EJEMPLO Un disco lunar de 59 dientes y dos lunas avanza un diente al día.

Datos: $z = 59$; $t_{\mathrm{s}} = 1\,\mathrm{d}$; $k = 2$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{L}} &= \frac{z \cdot t_{\mathrm{s}}}{k} \\ &= \frac{59 \cdot 1\,\mathrm{d}}{2} \\ &= 29{,}5\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

La indicación recorre todas las fases en 29,5 días. La Luna necesita de media 29,530 59 días; la indicación va, por tanto, algo rápida.

Tiempo de funcionamiento hasta la desviación de la fase lunar

(2.37) MAESTRO

$$t_\mathrm{F} = \frac{\Delta t \cdot t_\mathrm{L}}{|T_\mathrm{syn} - t_\mathrm{L}|}$$

En cada vuelta, la indicación se desvía la diferencia entre la lunación indicada y la real. Las desviaciones se acumulan.

Validez: movimiento lunar medio. La Luna real se aparta de él hasta aproximadamente medio día a lo largo de un mes.

t_F	Tiempo de funcionamiento hasta que la indicación se desvía Δt	d
Δt	Desviación de la indicación respecto a la edad real de la Luna	d
t_L	Duración indicada de una lunación	d
T_syn	Mes sinódico (valor medio 29,530 59 d, sección 8.1)	d

EJEMPLO ¿Al cabo de cuánto tiempo se desvía un día la indicación de 59 dientes?

Datos: $\Delta t = 1\,\mathrm{d}$; $t_\mathrm{L} = 29{,}5\,\mathrm{d}$; $T_\mathrm{syn} = 29{,}530\,59\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} t_\mathrm{F} &= \frac{\Delta t \cdot t_\mathrm{L}}{|T_\mathrm{syn} - t_\mathrm{L}|} \\ &= \frac{1\,\mathrm{d} \cdot 29{,}5\,\mathrm{d}}{|29{,}530\,59\,\mathrm{d} - 29{,}5\,\mathrm{d}|} \\ &\approx 964\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

Al cabo de 964 días, unos 2,6 años, la indicación va un día adelantada y hay que corregirla.

Fase lunar precisa con relación de transmisión

(2.38) AMPLIACIÓN

$$t_\mathrm{L} = \frac{t_\mathrm{A} \cdot z}{z' \cdot k}$$

Una relación de transmisión entre la rueda de mando y el disco lunar se acerca mucho más al mes sinódico que el disco simple de 59 dientes.

Validez: el disco lunar se acciona mediante ruedas. El disco de 135 dientes es frecuente; el accionamiento del ejemplo es un juego de dientes posible, y existen otros.

t_L	Duración indicada de una lunación	d
t_A	Período de revolución del eje motriz (estrella de 7 dientes que avanza a diario: 7 d)	d
z	Número de dientes (del disco lunar)	1
z'	Número de dientes del piñón (acciona el disco lunar)	1
k	Número (de lunas en el disco)	1

EJEMPLO Una estrella de 7 dientes avanza a diario. En su eje hay un piñón de 16 dientes que, a través de una rueda intermedia, acciona un disco lunar de 135 dientes y dos lunas.

Datos: $t_\mathrm{A} = 7\,\mathrm{d}$; $z = 135$; $z' = 16$; $k = 2$

$$\begin{aligned} t_\mathrm{L} &= \frac{t_\mathrm{A} \cdot z}{z' \cdot k} \\ &= \frac{7\,\mathrm{d} \cdot 135}{16 \cdot 2} \\ &= 29{,}531\,25\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

La indicación solo va 57 s lenta por vuelta. Según la fórmula (2.37) con $T_\mathrm{syn} = 29{,}530\,59\,\mathrm{d}$ hacen falta 44 744 días, algo más de 122 años, hasta que se atrasa un día.

Ruedas contadoras de las indicaciones de calendario

Indicación	Rueda	avanza	una vuelta en
fecha	disco de fecha o rueda de fecha de 31 dientes	a diario	31 días
día de la semana	estrella de 7 dientes	a diario	7 días
mes	estrella de 12 dientes	mensualmente	1 año
fase lunar	disco de 59 dientes y dos lunas	a diario	59 días
calendario perpetuo	rueda de programa de 48 escalones mensuales	mensualmente	4 años (1461 días)

El calendario simple se corrige a mano cinco veces al año, después de cada mes de menos de 31 días. El calendario anual necesita una corrección al final de febrero. El calendario perpetuo conoce también los años bisiestos; solo hay que corregirlo en el año 2100, que no es bisiesto.

La rueda de mando de la fecha da una vuelta en 24 horas y es accionada por la rueda de horas con una reducción de 2 a 1, fórmula (2.12). Los años bisiestos, la duración del año y la ecuación del tiempo están en el capítulo 8.

2.7 Rendimiento del tren de engranajes

Cada engrane y cada cojinete consume por rozamiento una parte de la fuerza motriz. El rendimiento indica qué parte del par queda.

Rendimiento total del tren de engranajes

(2.39) MAESTRO

$$\eta_{\text{ges}} = \eta^{k}$$

η_{ges}	Rendimiento total del tren de engranajes	1
η	Rendimiento (por engrane; con rozamiento de los cojinetes, valor orientativo 0,90 a 0,95)	1
k	Número (de engranes)	1

Los rendimientos de engranes en serie se multiplican. Si son distintos, en lugar de la potencia figura el producto de los valores individuales. La forma general está en la fórmula (XL 2.30).

Validez: valores orientativos para movimientos limpios y aceitados. Los piñones de pocos dientes, los cojinetes secos y los engranes demasiado profundos o superficiales reducen notablemente el rendimiento.

EJEMPLO Del barrilete a la rueda de escape hay cuatro engranes con un rendimiento de 0,95 cada uno.

Datos: $\eta = 0{,}95; \quad k = 4$

$$\begin{aligned}\eta_{\text{ges}} &= \eta^{k} \\ &= 0{,}95^{4} \\ &\approx 0{,}81\end{aligned}$$

Aproximadamente una quinta parte del par se pierde en el tren de engranajes. Con 0,90 por engrane sería ya un tercio.

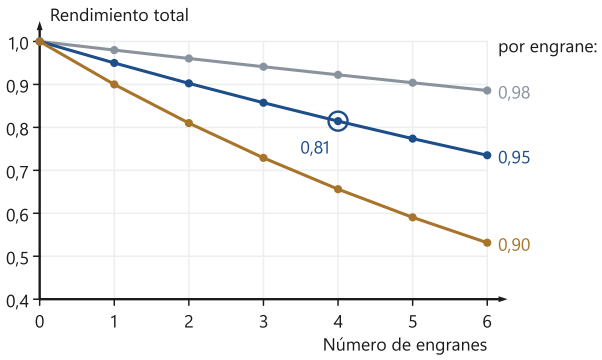


Fig. 2.15 Rendimiento total según el número de engranes

Par en la rueda de escape

(2.40) MAESTRO

$$M_{\mathrm{H}} = \frac{M_{\mathrm{F}} \cdot \eta_{\mathrm{ges}}}{i_{\mathrm{ges}}}$$

El par disminuye de eje a eje en la proporción de la relación de transmisión y por las pérdidas por rozamiento (fig. 2.4).

M_{H}	Par en la rueda de escape	$\mu\mathrm{N{\cdot}m}$
M_{F}	Par en el barrilete	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
η_{ges}	Rendimiento total del tren de engranajes	1
i_{ges}	Relación de transmisión total (del barrilete a la rueda de escape)	1

EJEMPLO Un barrilete entrega 8 N·mm. La relación de transmisión hasta la rueda de escape es $6 \cdot 600 = 3600$; el rendimiento total, 0,81.

Datos: $M_{\mathrm{F}} = 8\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $\eta_{\mathrm{ges}} = 0{,}81$; $i_{\mathrm{ges}} = 3600$

$$\begin{aligned} M_{\mathrm{H}} &= \frac{M_{\mathrm{F}} \cdot \eta_{\mathrm{ges}}}{i_{\mathrm{ges}}} \\ &= \frac{8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 0{,}81}{3600} \\ &= 1{,}8\,\mu\mathrm{N{\cdot}m} \end{aligned}$$

En la rueda de escape quedan 1,8 µN·m, algo más de una cinco milésima parte del par del muelle. Por eso basta un poco de suciedad en los ejes rápidos para parar un movimiento.

Rendimiento a partir de pares medidos

(2.41) AMPLIACIÓN

$$\eta_{\mathrm{ges}} = \frac{M_{\mathrm{H}} \cdot i_{\mathrm{ges}}}{M_{\mathrm{F}}}$$

Sin rozamiento, a la rueda de escape llegaría el par del muelle dividido entre la relación de transmisión. El rendimiento es la razón entre el valor medido y este valor ideal.

η_{ges}	Rendimiento total del tren de engranajes	1
M_{H}	Par en la rueda de escape	$\mu\mathrm{N{\cdot}m}$
i_{ges}	Relación de transmisión total (del barrilete a la rueda de escape)	1
M_{F}	Par en el barrilete	$\mathrm{N{\cdot}mm}$

EJEMPLO En un movimiento se miden 8 N·mm en el barrilete y 1,7 µN·m en la rueda de escape; la relación de transmisión es 3600.

Datos: $M_{\mathrm{H}} = 1{,}7\,\mu\mathrm{N{\cdot}m}$; $i_{\mathrm{ges}} = 3600$; $M_{\mathrm{F}} = 8\,\mathrm{N{\cdot}mm}$

$$\begin{aligned} \eta_{\mathrm{ges}} &= \frac{M_{\mathrm{H}} \cdot i_{\mathrm{ges}}}{M_{\mathrm{F}}} \\ &= \frac{1{,}7\,\mu\mathrm{N{\cdot}m} \cdot 3600}{8\,\mathrm{N{\cdot}mm}} \\ &= 0{,}765 \end{aligned}$$

El tren de engranajes transmite algo más de tres cuartos del par. Equivale a 0,935 por engrane con cuatro engranes.

3 Órgano regulador: volante y espiral

El volante y la espiral forman el órgano regulador del reloj pequeño. El volante es la masa inerte; la espiral, el resorte que lo devuelve a la posición de reposo. La rapidez con que oscilan juntos la determinan solo dos magnitudes: el momento de inercia del volante y el par recuperador de la espiral.

Casi todas las fórmulas de regulación de este capítulo se derivan de una regla: el período de oscilación crece con la raíz del momento de inercia y disminuye con la raíz del par recuperador. Un uno por ciento más de momento de inercia o un uno por ciento menos de par recuperador hace el reloj medio por ciento más lento, es decir, 432 s al día. En este capítulo, N designa un número (espiras de la espiral, tornillos iguales en el aro), W la energía y P la potencia.

3.1 Oscilación del volante

El volante oscila alrededor de su posición de reposo. Una oscilación es ida y vuelta; el reloj hace tic dos veces, porque cada alternancia es una semioscilación.

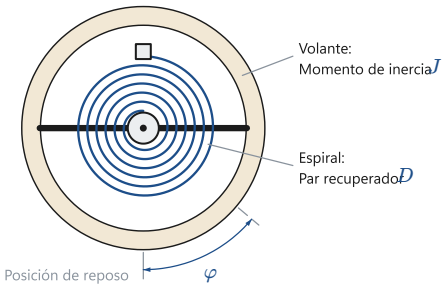


Fig. 3.1 Volante con espiral: el volante aporta el momento de inercia J; la espiral, el par recuperador D

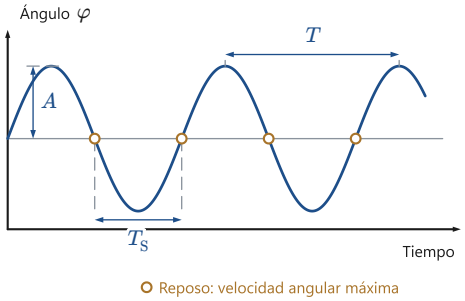


Fig. 3.2 Ángulo del volante en función del tiempo: amplitud A, período de oscilación T, duración de la alternancia $T_S = \frac{1}{2} T$

Período de oscilación del volante

(3.1) OFICIAL

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D}}$$

DESPEJADA $D = \dfrac{4 \cdot \pi^2 \cdot J}{T^2}$

Un volante más inerte oscila más despacio; una espiral más fuerte, más deprisa. Ambas magnitudes están bajo la raíz: el cuádruple de momento de inercia duplica el período de oscilación.

Validez: par recuperador de la espiral proporcional al ángulo, sin rozamiento y sin influencia del escape. En J se incluyen el aro, los brazos, el eje, el plato doble y la virola.

T	Período de oscilación (oscilación completa, ida y vuelta)	s
J	Momento de inercia (del volante; con todo lo que oscila con él)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
D	Par recuperador (de la espiral; par por unidad de ángulo)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$

Conviene saber: La amplitud no aparece en la fórmula. Un órgano regulador ideal oscila igual de rápido con amplitud pequeña y grande; esta propiedad se llama isocronismo (sección 3.7).

EJEMPLO Un volante tiene un momento de inercia de $10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$; su espiral, un par recuperador de $0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$. ¿Cuánto dura una oscilación?

Datos: $J = 10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$; $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$

$$\begin{aligned} T &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}}{0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}}} \\ &\approx 0{,}250\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Una oscilación dura un cuarto de segundo. El volante da, por tanto, 4 oscilaciones y 8 alternancias por segundo.

Frecuencia del volante

(3.2) OFICIAL

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{D}{J}}$$

La frecuencia es la inversa del período de oscilación: $f = \frac{1}{T}$.

Validez: como en la fórmula (3.1).

f	Frecuencia (oscilaciones completas por segundo)	Hz
D	Par recuperador (de la espiral)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$
J	Momento de inercia (del volante)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

EJEMPLO ¿Qué frecuencia tiene el órgano regulador del ejemplo anterior?

Datos: $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$; $J = 10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{D}{J}} \\ &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}}{10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}}} \\ &\approx 4{,}00\,\mathrm{Hz} \end{aligned}$$

4 Hz, la frecuencia habitual de los relojes de pulsera actuales.

Número de alternancias a partir de la frecuencia

(3.3) OFICIAL

$$n_\mathrm{h} = 2 \cdot f$$

DESPEJADA $f = \dfrac{n_\mathrm{h}}{2}$

En cada oscilación el reloj da dos alternancias. En los relojes pequeños, el número de alternancias se indica en semioscilaciones por hora (A/h, A de alternancia). Con la duración de la alternancia, la fórmula ya figura en la sección XL 1.1.

n_h	Número de alternancias (semioscilaciones por unidad de tiempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
f	Frecuencia (oscilaciones completas por segundo)	Hz

EJEMPLO Un volante oscila a 3 Hz. ¿Qué número de alternancias es?

Datos: $f = 3\,\mathrm{Hz}$

$$\begin{aligned} n_\mathrm{h} &= 2 \cdot f \\ &= 2 \cdot 3\,\mathrm{Hz} \\ &= 6\,\frac{1}{\mathrm{s}} \cdot 3600\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}} \\ &\approx 21\,600\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

21 600 semioscilaciones por hora. El número de alternancias figura en la ficha técnica del calibre, y el cronocomparador calcula con él.

Números de alternancias habituales

Número de alternancias n_h en $\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Alternancias por segundo	Frecuencia f en Hz	Período de oscilación T en s	Duración de la alternancia T_S en s
18 000	5	2,5	0,4	0,2
19 800	5,5	2,75	0,3636	0,1818
21 600	6	3	0,3333	0,1667
25 200	7	3,5	0,2857	0,1429
28 800	8	4	0,25	0,125
36 000	10	5	0,2	0,1

La duración de la alternancia T_S es la duración de una semioscilación, es decir, la mitad del período de oscilación.

pulsación (frecuencia angular)

(3.4) MAESTRO

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

La pulsación es la frecuencia en radianes: 2π por oscilación. Para el volante vale también $\omega = \sqrt{\frac{D}{J}}$.

ω	pulsación (frecuencia angular)	$\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$
f	Frecuencia (oscilaciones completas por segundo)	Hz

EJEMPLO ¿Cuál es la pulsación a 4 Hz?

Datos: $f = 4\,\mathrm{Hz}$

$$\begin{aligned} \omega &= 2 \cdot \pi \cdot f \\ &= 2 \cdot \pi \cdot 4\,\mathrm{Hz} \\ &\approx 25{,}1\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

Unos 25,1 rad por segundo. Con este número calculan las fórmulas siguientes.

Ángulo del volante en función del tiempo

(3.5) MAESTRO

$$\varphi = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

El volante oscila de forma sinusoidal: en la posición de reposo es más rápido, y en los puntos de retorno se detiene un instante.

Validez: oscilación libre, no amortiguada. El producto $\omega \cdot t$ es un ángulo en radianes; para el seno, la calculadora debe estar en rad.

φ	Ángulo (del volante respecto a la posición de reposo)	°
A	Amplitud (ángulo máximo respecto a la posición de reposo)	°
ω	pulsación (frecuencia angular)	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
t	Tiempo (desde el paso por la posición de reposo)	s

EJEMPLO Un volante oscila a 4 Hz ($\omega = 25{,}13\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$) con 270° de amplitud. ¿Dónde está 0,02 s después de pasar por la posición de reposo?

Datos: $A = 270°$; $\omega = 25{,}13\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$; $t = 0{,}02\,\text{s}$

$$\begin{aligned}\varphi &= A \cdot \sin(\omega \cdot t)\\ &= 270° \cdot \sin\left(25{,}13\ \tfrac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 0{,}02\,\text{s}\right)\\ &\approx 130°\end{aligned}$$

Tras 0,02 s el volante ya ha recorrido unos 130°, casi la mitad de la amplitud. Hasta el punto de retorno necesita en total 0,0625 s, un cuarto de oscilación.

Velocidad angular máxima

(3.6) MAESTRO

$$\omega_{\max} = A \cdot \omega$$

En la posición de reposo, toda la energía de la oscilación está en el movimiento. Aquí actúa el escape, porque una perturbación en este punto es la que menos altera la marcha.

Validez: introducir la amplitud en radianes: grados por $\frac{\pi}{180}$.

$\omega_{\max}$	Velocidad angular del volante al pasar por la posición de reposo	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
A	Amplitud (en radianes)	rad
ω	pulsación (frecuencia angular)	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$

EJEMPLO ¿A qué velocidad gira en la posición de reposo un volante de 4 Hz y 270° de amplitud (4,71 rad)?

Datos: $A = 4{,}71\,\text{rad}$; $\omega = 25{,}13\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$$\begin{aligned}\omega_{\max} &= A \cdot \omega\\ &= 4{,}71\,\text{rad} \cdot 25{,}13\ \tfrac{\text{rad}}{\text{s}}\\ &\approx 118\ \tfrac{\text{rad}}{\text{s}}\end{aligned}$$

Unos 118 rad por segundo; girando de forma continua serían casi 19 vueltas por segundo. Un punto del aro a 5 mm de radio va entonces a unos 0,6 m por segundo.

Regla: 28 800 semioscilaciones por hora son 8 alternancias por segundo y 4 Hz.

3.2 Espiral

La espiral es un resorte de flexión. Su par recuperador indica cuánto par ejerce por unidad de ángulo. Depende del material, de la sección de la lámina y de la longitud activa.

Par recuperador de la espiral (momento de retorno)

(3.7) OFICIAL

$$M = D \cdot \varphi$$

El momento de retorno crece uniformemente con el ángulo y apunta siempre hacia la posición de reposo. Solo por eso el volante oscila igual de rápido con cualquier amplitud.

Validez: espiral en la zona elástica; las espiras no se tocan.

M	Par (momento de retorno de la espiral)	$\mu\mathrm{N{\cdot}m}$
D	Par recuperador (de la espiral)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$
φ	Ángulo (del volante respecto a la posición de reposo; radianes)	rad

EJEMPLO ¿Con qué par devuelve una espiral con $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$ el volante en el punto de retorno a 270° (4,71 rad)?

Datos: $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$; $\varphi = 4{,}71\,\mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} M &= D \cdot \varphi \\ &= 0{,}632\ \tfrac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}} \cdot 4{,}71\,\mathrm{rad} \\ &\approx 2{,}98\,\mu\mathrm{N{\cdot}m} \end{aligned}$$

Casi 3 µN·m. Es el orden de magnitud del par que llega a la rueda de escape.

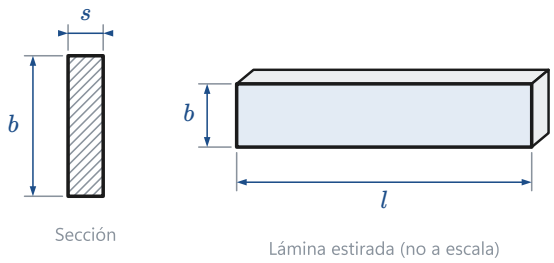


Fig. 3.3 Lámina de la espiral: altura de la lámina b, espesor de la lámina s, longitud activa l

Par recuperador a partir de las medidas de la espiral

(3.8) MAESTRO

$$D = \frac{E \cdot b \cdot s^3}{12 \cdot l}$$

La altura y el módulo de elasticidad intervienen de forma simple; el espesor, a la tercera potencia. Una espiral más larga es más blanda.

Validez: sección rectangular, lámina uniforme, flexión pura. Con N y mm se obtiene D en N·mm por rad; $1\,\mathrm{N{\cdot}mm} = 1000\,\mu\mathrm{N{\cdot}m}$.

D	Par recuperador (de la espiral)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$
E	Módulo de elasticidad (del material de la espiral)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
b	Altura de la lámina (en la dirección del eje del volante)	mm
s	Espesor de la lámina (en dirección radial)	mm
l	Longitud (activa, de la espiral)	mm

EJEMPLO Una espiral tiene $E = 200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$, 0,14 mm de altura de lámina, 0,032 mm de espesor de lámina y 121 mm de longitud activa.

Datos: $E = 200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$; $b = 0{,}14\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}032\,\mathrm{mm}$; $l = 121\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} D &= \frac{E \cdot b \cdot s^3}{12 \cdot l} \\ &= \frac{200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot 0{,}14\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}032\,\mathrm{mm})^3}{12 \cdot 121\,\mathrm{mm}} \\ &\approx 0{,}632\ \tfrac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}} \end{aligned}$$

Esta espiral conviene al volante de $10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$ de la sección 3.1 y da con él 4 Hz.

Variación de marcha por el espesor de la lámina

(3.9) APROXIMACIÓN MAESTRO

$$\Delta G \approx \frac{3 \cdot \Delta s}{2 \cdot s} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δs	Variación del espesor de la lámina (+ significa: más gruesa)	$\mu\mathrm{m}$
s	espesor de la lámina	$\mu\mathrm{m}$

Como el par recuperador crece con s^3, un 1 % más de espesor cambia el par recuperador un 3 % y la marcha un 1,5 %.

Validez: variaciones pequeñas; altura, longitud y volante sin cambios. Para la altura de la lámina vale análogamente $\Delta G \approx \frac{\Delta b}{2 \cdot b} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$.

EJEMPLO Una espiral tiene, en lugar de 32 µm, 0,1 µm más de espesor.

Datos: $\Delta s = 0{,}1\,\mu\mathrm{m}$; $s = 32\,\mu\mathrm{m}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx \frac{3 \cdot \Delta s}{2 \cdot s} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{3 \cdot 0{,}1\,\mu\mathrm{m}}{2 \cdot 32\,\mu\mathrm{m}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= 405\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

Una décima de micrómetro supone casi 7 minutos al día. Ninguna lámina puede medirse con esa precisión; por eso las espirales no se clasifican por medidas, sino por su par recuperador medido, y se asignan al volante.

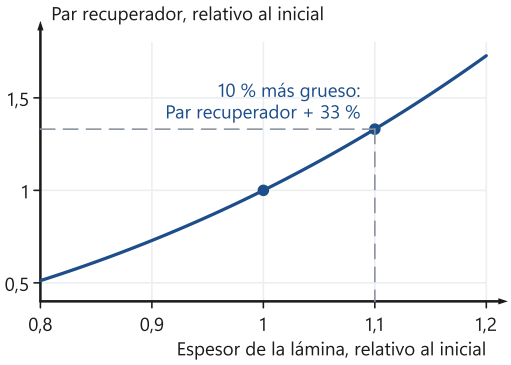


Fig. 3.4 El par recuperador crece con la tercera potencia del espesor de la lámina

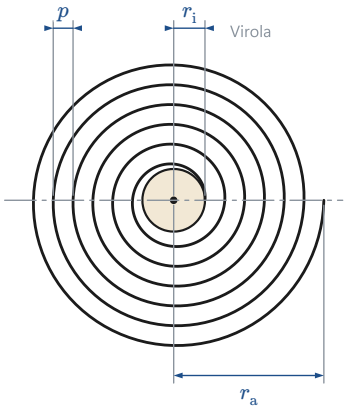


Fig. 3.5 Espiral plana: radios r_i y r_a, separación entre espiras p

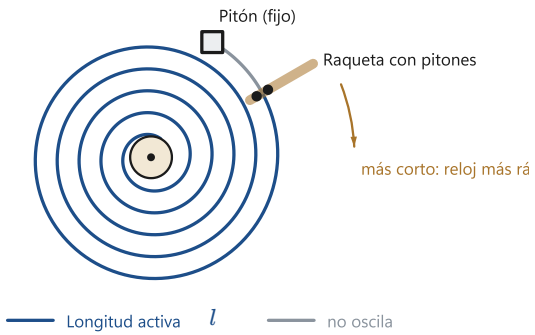


Fig. 3.6 Raqueta: la longitud activa l va de la virola a los pitones de la raqueta

Longitud de la espiral plana

(3.10) APROXIMACIÓN MAESTRO

$$l \approx \pi \cdot N \cdot (r_\mathrm{a} + r_\mathrm{i})$$

Cada espira es casi un círculo. La longitud es el número de espiras por el perímetro de la espira media.

Validez: espiral plana enrollada uniformemente (espiral de Arquímedes) con al menos unas 5 espiras; no se cuentan la curva terminal ni los extremos de fijación.

l	Longitud (de la espiral)	mm
N	Número (de espiras)	1
r_a	Radio de la espira exterior	mm
r_i	Radio de la espira interior (en la virola)	mm

EJEMPLO Una espiral tiene 12 espiras entre 0,6 mm y 2,6 mm de radio.

Datos: $N = 12$; $r_\mathrm{a} = 2{,}6\,\mathrm{mm}$; $r_\mathrm{i} = 0{,}6\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} l &\approx \pi \cdot N \cdot (r_\mathrm{a} + r_\mathrm{i}) \\ &= \pi \cdot 12 \cdot (2{,}6\,\mathrm{mm} + 0{,}6\,\mathrm{mm}) \\ &\approx 121\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La lámina mide unos 121 mm, tanto como la espiral de los ejemplos del par recuperador y de la raqueta. En un reloj de pulsera hay, por tanto, más de 12 cm de cinta elástica en la superficie de un botón de camisa.

Separación entre espiras

(3.11) MAESTRO

$$p = \frac{r_\mathrm{a} - r_\mathrm{i}}{N}$$

La separación determina cuánta holgura tienen las espiras cuando la espiral respira. Con amplitudes grandes no deben tocarse.

Validez: espiral plana enrollada uniformemente.

p	Separación entre espiras (del centro de una lámina al centro de la siguiente)	mm
r_a	Radio de la espira exterior	mm
r_i	Radio de la espira interior	mm
N	Número (de espiras)	1

EJEMPLO ¿Qué separación hay entre las espiras de la espiral del ejemplo anterior?

Datos: $r_\mathrm{a} = 2{,}6\,\mathrm{mm}$; $r_\mathrm{i} = 0{,}6\,\mathrm{mm}$; $N = 12$

$$\begin{aligned} p &= \frac{r_\mathrm{a} - r_\mathrm{i}}{N} \\ &= \frac{2{,}6\,\mathrm{mm} - 0{,}6\,\mathrm{mm}}{12} \\ &\approx 0{,}167\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Unos 0,17 mm de lámina a lámina. Con 0,032 mm de espesor de lámina quedan unos 0,13 mm de holgura.

Número CGS de la espiral

(3.12) MAESTRO

$$K = D \cdot \left(d_a^2 - d_i^2\right)$$

El valor CGS es el par recuperador por la diferencia de los cuadrados de los diámetros. Solo depende del material, de la lámina y de la separación entre espiras, no del punto en que se fija la espiral: si se fija más afuera, el par recuperador disminuye en la misma medida en que crece la diferencia de cuadrados. Por eso las espirales en bruto se clasifican y se piden según este valor.

Validez: espiral plana enrollada uniformemente; d_a en el punto donde se fija la espiral, d_i en la virola. El número CGS es el mismo valor en la antigua unidad $\mathrm{dyn \cdot cm^3}$ por rad: valor numérico en $\mathrm{N \cdot mm^3}$ por 100.

K	Valor CGS de la espiral (por 100 da el número CGS)	$\frac{\mathrm{N \cdot mm^3}}{\mathrm{rad}}$
D	Par recuperador (de la espiral)	$\frac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$
d_a	Diámetro de la espira exterior $(2 \cdot r_a)$	mm
d_i	Diámetro de la espira interior $(2 \cdot r_i)$	mm

Conviene saber: Con la longitud y la separación entre espiras de las dos fórmulas anteriores resulta $K \approx \frac{E \cdot b \cdot s^3 \cdot p}{3 \cdot \pi}$. En ella no aparecen ni la longitud ni los diámetros.

EJEMPLO Al volante de $10\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$ de la sección 3.1 le corresponde para 4 Hz un par recuperador de $0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$. La espiral debe fijarse a 5,0 mm de diámetro; su espira interior mide 1,2 mm. ¿Qué espiral se pide?

Datos: $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$; $d_a = 5{,}0\,\mathrm{mm}$; $d_i = 1{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} K &= D \cdot \left(d_a^2 - d_i^2\right) \\ &= 0{,}632\ \tfrac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}} \cdot \left((5{,}0\,\mathrm{mm})^2 - (1{,}2\,\mathrm{mm})^2\right) \\ &\approx 0{,}0149\ \tfrac{\mathrm{N \cdot mm^3}}{\mathrm{rad}} \end{aligned}$$

El valor CGS es 0,0149; el número CGS, por tanto, 1,49. Se pide el número normalizado siguiente, aquí 1,50.

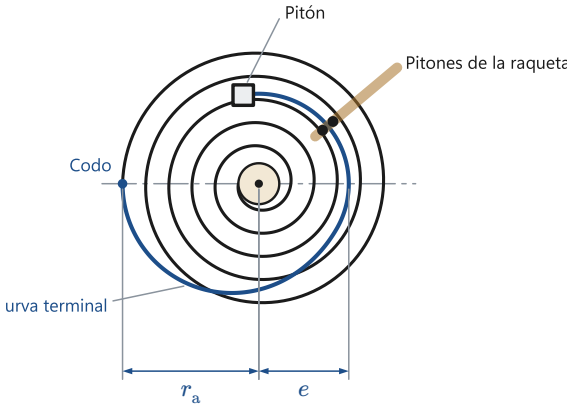


Fig. 3.7 Espiral Breguet vista desde arriba: la curva terminal levantada lleva la lámina del radio exterior r_a al radio de la curva terminal e, sobre el que trabajan los pitones de la raqueta

Número de curva terminal

(3.13) OFICIAL

$$N_{\mathrm{E}} = \frac{100 \cdot e}{r_{\mathrm{a}}}$$

DESPEJADA $e = \dfrac{N_{\mathrm{E}} \cdot r_{\mathrm{a}}}{100}$

N_{E}	Número de curva terminal	1
e	Radio de la curva terminal (del eje del volante al punto medio entre los pitones de la raqueta)	mm
r_{a}	Radio de la espira exterior	mm

En la espiral Breguet, el extremo exterior se levanta y se conduce hacia dentro en una curva terminal. Su último tramo es un arco de circunferencia alrededor del eje del volante, sobre el que trabajan los pitones de la raqueta. El número de curva terminal indica el radio de este arco en porcentaje del radio exterior. Según él se elige la forma de la curva en la plantilla de curvas.

Validez: espiral con curva terminal levantada. Las plantillas de curvas están escalonadas; se elige el número más próximo. Son habituales números entre aproximadamente 40 y 100.

EJEMPLO Una espiral Breguet tiene 6,4 mm de diámetro exterior, es decir, 3,2 mm de radio exterior. Los pitones de la raqueta están a 2,4 mm del eje del volante. ¿Qué curva terminal le corresponde?

Datos: $e = 2{,}4\,\mathrm{mm}$; $\quad r_{\mathrm{a}} = 3{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{E}} &= \frac{100 \cdot e}{r_{\mathrm{a}}} \\ &= \frac{100 \cdot 2{,}4\,\mathrm{mm}}{3{,}2\,\mathrm{mm}} \\ &= 75 \end{aligned}$$

La curva terminal número 75: su arco está a tres cuartos del radio exterior.

Vibrado: oscilaciones en el tiempo de conteo

(3.14) OFICIAL

$$N_{\mathrm{S}} = \frac{n_{\mathrm{h}} \cdot t}{2}$$

N_{S}	Número de oscilaciones completas (en el tiempo de conteo)	1
n_{h}	Número de alternancias (valor nominal)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
t	Tiempo (tiempo de conteo)	s

Al vibrar la espiral se busca el punto de la espiral en el que, con su volante, da el número de alternancias nominal. Se sujeta la espiral a modo de prueba, se deja oscilar libremente el volante y se cuentan las oscilaciones completas.

Validez: n_{h} y t en unidades compatibles: convertir A/h en alternancias por segundo (dividir entre 3600) si t está en segundos.

EJEMPLO Se vibra un volante para 18 000 A/h con su nueva espiral. ¿Cuántas oscilaciones completas debe dar en 60 s?

Datos: $n_{\mathrm{h}} = 18\,000\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $\quad t = 60\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{S}} &= \frac{n_{\mathrm{h}} \cdot t}{2} \\ &= \frac{18\,000\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \cdot 60\,\mathrm{s}}{2} \\ &= 150 \end{aligned}$$

150 oscilaciones por minuto. Si se cuentan más, la espiral está sujeta demasiado corta en ese punto; si se cuentan menos, demasiado larga.

Longitud activa para el número de alternancias nominal

(3.15) OFICIAL

$$l_2 = l_1 \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2$$

El número de alternancias varía con la raíz de la inversa de la longitud. Más corta significa más rápida.

Validez: el mismo volante, lámina uniforme.

l_2	Longitud activa necesaria	mm
l_1	Longitud activa en la prueba	mm
n_1	Número de alternancias en la prueba	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
n_2	Número de alternancias (valor nominal)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$

EJEMPLO Con 130 mm de longitud activa, un volante da 28 000 A/h. Debe dar 28 800 A/h.

Datos: $l_1 = 130\,\mathrm{mm}$; $n_1 = 28\,000\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $n_2 = 28\,800\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$

$$\begin{aligned} l_2 &= l_1 \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \\ &= 130\,\mathrm{mm} \cdot \left(\frac{28\,000\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}}{28\,800\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}}\right)^2 \\ &\approx 122{,}9\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La espiral debe sujetarse unos 7 mm más corta.

Variación de marcha con la raqueta

(3.16) APROXIMACIÓN OFICIAL

$$\Delta G \approx -\frac{\Delta l}{2 \cdot l} \cdot 86\,400\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

DESPEJADA $\Delta l \approx -\dfrac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{86\,400\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δl	Variación de longitud (de la longitud activa; + significa: más larga)	mm
l	Longitud (activa de la espiral: de la virola a los pitones de la raqueta)	mm

La raqueta desplaza los pitones de la raqueta a lo largo de la espira exterior. Una longitud activa más corta significa un par recuperador mayor: el reloj se adelanta; de ahí el signo menos.

Validez: variaciones pequeñas; la espiral está sin juego entre los pitones de la raqueta. Con juego, la raqueta actúa más débilmente y la marcha depende de la amplitud (sección 3.7).

EJEMPLO Un reloj con 121 mm de longitud activa de espiral atrasa 20 s al día. Debe, por tanto, adelantarse 20 s al día.

Datos: $\Delta G = 20\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $l = 121\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} \Delta l &\approx -\frac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{86\,400\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &= -\frac{2 \cdot 121\,\mathrm{mm} \cdot 20\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{86\,400\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &\approx -0{,}056\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La raqueta debe acortar la longitud activa unos 0,06 mm. Apenas es visible; por eso los buenos movimientos tienen una regulación fina en la raqueta.

Regla: Espiral más corta, reloj más rápido. Un 1 ‰ menos de longitud activa da unos 43 s al día.

3.3 Volante

El momento de inercia indica cuánto se resiste el volante a girar. No cuenta solo la masa, sino sobre todo su distancia al eje: el radio interviene al cuadrado. Por eso casi todo el efecto está en el aro.

Los momentos de inercia de los volantes se expresan en mg·cm²: $1\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} = 10^{-10}\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}$. Quien calcula con miligramos y milímetros obtiene mg·mm²; 100 mg·mm² son 1 mg·cm².

Las fórmulas generales del momento de inercia de cuerpos sencillos y el teorema de Steiner están en la sección XL 2.6.

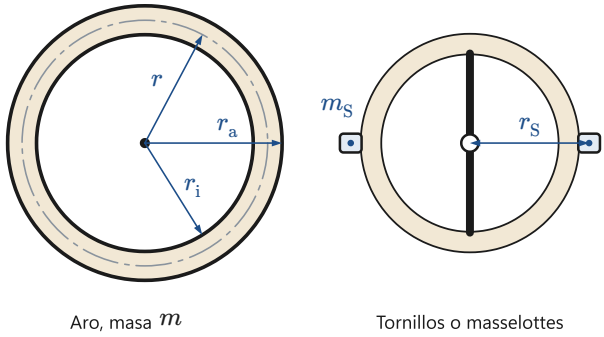


Fig. 3.8 A la izquierda, el aro con radio medio r, radio interior r_i y radio exterior r_a; a la derecha, tornillos de masa m_S a la distancia r_S

Momento de inercia del aro (anillo delgado)

(3.17) APROXIMACIÓN MAESTRO

$$J \approx m \cdot r^2$$

J	Momento de inercia (del aro)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
m	Masa (del aro)	mg
r	Radio (del aro, valor medio)	mm

Para una estimación se supone toda la masa del aro en el radio medio. Los brazos y el eje aportan poco, porque su masa está cerca del eje.

Validez: aro estrecho frente al radio; solo el aro, sin brazos, eje ni tornillos.

Conviene saber: Calculado con exactitud, el aro es un cilindro hueco, fórmula (XL 2.37). Con 4,9 mm de radio exterior y 4,1 mm de radio interior, para el aro del ejemplo resulta $8{,}16\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$; la estimación queda solo un 0,8 % por debajo.

EJEMPLO El aro de un volante pesa 40 mg y tiene 4,5 mm de radio medio.

Datos: $m = 40\,\mathrm{mg}$; $r = 4{,}5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} J &\approx m \cdot r^2 \\ &= 40\,\mathrm{mg} \cdot (4{,}5\,\mathrm{mm})^2 \\ &\approx 8{,}1\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} \end{aligned}$$

Unos $8\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$ solo el aro. Con brazos, eje y tornillos, un volante así llega a unos $10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$, el valor de los demás ejemplos. Los volantes de reloj de pulsera de caballero suelen estar entre 5 y 20 mg·cm².

Momento de inercia de tornillos y masas de regulación

(3.18) MAESTRO

$$\Delta J = N \cdot m_S \cdot r_S^2$$

Las masas pequeñas en el aro cuentan como masas puntuales. Los tornillos se colocan o se modifican siempre por parejas opuestas, para que el volante siga equilibrado.

Validez: tornillo pequeño frente a su distancia al eje.

ΔJ	Variación del momento de inercia (aumento debido a los tornillos)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
N	Número (de tornillos o masas de regulación iguales)	1
m_S	Masa de un tornillo	mg
r_S	Distancia de su centro de gravedad al eje del volante	mm

EJEMPLO En un volante se colocan dos tornillos opuestos de 0,5 mg cada uno. Su centro de gravedad está a 5 mm del eje.

Datos: $N = 2$; $m_S = 0{,}5\,\mathrm{mg}$; $r_S = 5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\Delta J &= N \cdot m_S \cdot r_S^2 \\ &= 2 \cdot 0{,}5\,\mathrm{mg} \cdot (5\,\mathrm{mm})^2 \\ &= 0{,}25\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}\end{aligned}$$

Los dos tornillos añaden $0{,}25\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$.

Variación de marcha por el momento de inercia

(3.19) APROXIMACIÓN MAESTRO

$$\Delta G \approx -\frac{\Delta J}{2 \cdot J} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

DESPEJADA $\Delta J \approx -\dfrac{2 \cdot J \cdot \Delta G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$

Un volante más inerte oscila más despacio; de ahí el signo menos. Un 1 % más de momento de inercia cuesta 432 s al día.

Validez: variaciones pequeñas (hasta unos pocos por ciento); espiral sin cambios.

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
ΔJ	Variación del momento de inercia (+ significa: más inerte)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
J	Momento de inercia (del volante)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

EJEMPLO Los dos tornillos del ejemplo anterior se colocan en un volante de $10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$.

Datos: $\Delta J = 0{,}25\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$; $J = 10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx -\frac{\Delta J}{2 \cdot J} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{0{,}25\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}}{2 \cdot 10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -1080\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

El reloj se atrasa 18 minutos al día. A la inversa, con dos tornillos más ligeros se recupera un atraso grande.

Regulación fina con tornillos de regulación

(3.20) APROXIMACIÓN MAESTRO

$$\Delta G \approx -\frac{N \cdot m_S \cdot r_S \cdot \Delta r}{J} \cdot 86\,400\ \frac{s}{d}$$

Los volantes sin raqueta se regulan desplazando masas del aro hacia dentro o hacia fuera: se giran los tornillos de regulación o se giran las masas excéntricas. Hacia fuera significa más inerte: el reloj se atrasa.

Validez: desplazamientos pequeños; todas las N masas ajustadas por igual. Un ajuste desigual produce un desequilibrio.

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{s}{d}$
N	Número (de tornillos o masas de regulación iguales)	1
m_S	Masa de un tornillo	mg
r_S	Distancia de su centro de gravedad al eje del volante	mm
Δr	Desplazamiento del centro de gravedad (+ significa: hacia fuera)	mm
J	Momento de inercia (del volante)	$mg \cdot cm^2$

EJEMPLO Dos tornillos de regulación de 1,5 mg cada uno están a 4,5 mm del eje en un volante de $10\ mg \cdot cm^2$. Ambos se desenroscan 0,01 mm.

Datos: $N = 2$; $m_S = 1{,}5\ mg$; $r_S = 4{,}5\ mm$; $\Delta r = 0{,}01\ mm$; $J = 10\ mg \cdot cm^2$

$$\Delta G \approx -\frac{N \cdot m_S \cdot r_S \cdot \Delta r}{J} \cdot 86\,400\ \frac{s}{d}$$
$$= -\frac{2 \cdot 1{,}5\ mg \cdot 4{,}5\ mm \cdot 0{,}01\ mm}{10\ mg \cdot cm^2} \cdot 86\,400\ \frac{s}{d}$$
$$\approx -11{,}7\ \frac{s}{d}$$

Una centésima de milímetro supone unos 12 s al día. Enroscarlos actúa con la misma intensidad en sentido contrario.

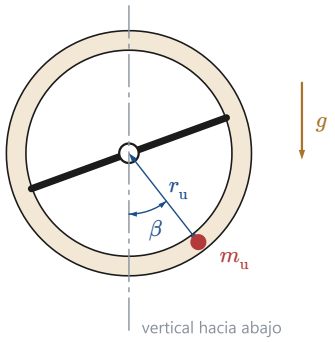


Fig. 3.9 Desequilibrio en una posición vertical: sobrepeso m_u a la distancia r_u, ángulo β

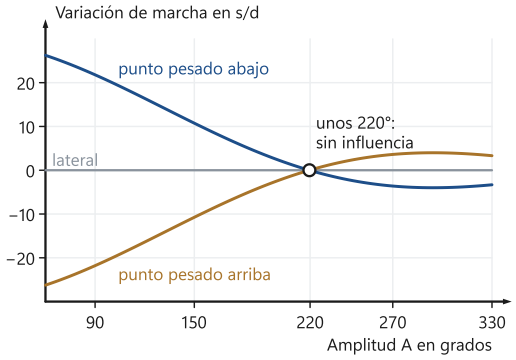


Fig. 3.10 Variación de marcha por 10 µg de sobrepeso en el aro (ejemplo de la fórmula 5.21), en función de la amplitud

Variación de marcha por desequilibrio (error del centro de gravedad)

(3.21) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$\Delta G \approx \frac{k_\mathrm{A} \cdot m_\mathrm{u} \cdot g \cdot r_\mathrm{u} \cdot \cos\beta}{2 \cdot D} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

En las posiciones verticales, un sobrepeso actúa como un pequeño péndulo en el volante. Por debajo de unos 220° de amplitud, el reloj adelanta si el punto pesado está abajo, y por encima atrasa; si está arriba, ocurre al revés. Hacia los 220° el efecto se anula.

Validez: reloj en posición vertical (eje del volante horizontal), sobrepeso pequeño, oscilación sinusoidal; β se mide con el volante en posición de reposo. En las posiciones horizontales, el desequilibrio no influye en la marcha.

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
k_A	Factor de amplitud del desequilibrio (de la tabla inferior)	1
m_u	Sobrepeso (masa que desplaza el centro de gravedad fuera del eje)	$\mu\mathrm{g}$
g	Aceleración de la gravedad	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
r_u	Distancia del sobrepeso al eje del volante	mm
β	Ángulo (del sobrepeso respecto a la vertical hacia abajo; volante en posición de reposo)	°
D	Par recuperador (de la espiral)	$\frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$

Conviene saber: Así se reconoce un desequilibrio: las marchas de posiciones verticales opuestas se apartan de la media en sentidos contrarios, y la diferencia crece cuando baja la amplitud. Por eso, para equilibrar se comprueba con amplitud pequeña.

EJEMPLO En un aro hay 10 µg de sobrepeso a 4,5 mm del eje, en la posición vertical comprobada justo abajo ($\beta = 0°$). El reloj funciona con 270° de amplitud ($k_\mathrm{A} = -0{,}12$); la espiral tiene $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$.

Datos: $k_\mathrm{A} = -0{,}12$; $m_\mathrm{u} = 10\,\mu\mathrm{g}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $r_\mathrm{u} = 4{,}5\,\mathrm{mm}$; $\beta = 0°$; $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx \frac{k_\mathrm{A} \cdot m_\mathrm{u} \cdot g \cdot r_\mathrm{u} \cdot \cos\beta}{2 \cdot D} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{-0{,}12 \cdot 10\,\mu\mathrm{g} \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 4{,}5\,\mathrm{mm} \cdot \cos(0°)}{2 \cdot 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -3{,}6\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

El desequilibrio hace atrasar el reloj 3,6 s al día en esta posición y adelantar 3,6 s al día en la posición opuesta. Si la amplitud baja a 150° ($k_\mathrm{A} = 0{,}36$), resulta un adelanto de unos 11 s al día.

Factor de amplitud k_A del desequilibrio

Amplitud A	muy pequeña	90°	120°	150°	180°	200°	220°	240°	270°	300°	330°
k_A	1	0,72	0,54	0,36	0,18	0,08	0,00	−0,06	−0,12	−0,13	−0,11

Calculado a partir de la oscilación sinusoidal del volante en el campo gravitatorio; cero en 219,5°.

Regla: Punto pesado abajo: por debajo de 220° de amplitud, adelanto; por encima de 220°, atraso.

3.4 Reglaje a partir de valores nominales y reales

Regular significa ajustar entre sí el momento de inercia y el par recuperador de modo que se obtenga la frecuencia nominal. La marcha indica cuánto se aparta aún la frecuencia.

Marcha a partir de la desviación de frecuencia

(3.22) OFICIAL

$$G = \frac{f_{\text{ist}} - f_{\text{soll}}}{f_{\text{soll}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}}$$

G	Marcha (+ significa: el reloj adelanta)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
f_{ist}	Frecuencia medida	Hz
f_{soll}	Frecuencia nominal	Hz

Si el volante oscila demasiado deprisa, la minutería cuenta demasiadas alternancias: el reloj adelanta. El factor $86\,400\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$ convierte la desviación relativa en segundos por día. Con números de alternancias, el mismo cálculo está en la sección 6.1; para el cuarzo, en la sección 7.2.

Validez: frecuencia promediada sobre el tiempo de medición. En lugar de las frecuencias pueden introducirse también los números de alternancias.

EJEMPLO Un volante con 4 Hz de frecuencia nominal oscila a 4,0005 Hz.

Datos: $f_{\text{ist}} = 4{,}0005\,\text{Hz}$; $f_{\text{soll}} = 4\,\text{Hz}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{f_{\text{ist}} - f_{\text{soll}}}{f_{\text{soll}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= \frac{4{,}0005\,\text{Hz} - 4\,\text{Hz}}{4\,\text{Hz}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= 10{,}8\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \end{aligned}$$

El reloj adelanta 10,8 s al día. Ya una ocho milésima parte de exceso de frecuencia se nota claramente como marcha.

Variación de marcha a partir del par recuperador y del momento de inercia

(3.23) APROXIMACIÓN MAESTRO

$$\Delta G \approx \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\Delta D}{D} - \frac{\Delta J}{J} \right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}}$$

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
ΔD	Variación del par recuperador (+ significa: espiral más fuerte)	$\frac{\mu\text{N·m}}{\text{rad}}$
D	Par recuperador (de la espiral)	$\frac{\mu\text{N·m}}{\text{rad}}$
ΔJ	Variación del momento de inercia (+ significa: volante más inerte)	mg·cm^2
J	Momento de inercia (del volante)	mg·cm^2

Es la fórmula básica del reglaje. De ella se derivan la fórmula de la raqueta (3.16) y las fórmulas para tornillos y masas de regulación. Quien quiera eliminar una marcha G necesita la variación de marcha $\Delta G = -G$.

Validez: variaciones pequeñas (hasta unos pocos por ciento).

EJEMPLO En una reparación se sustituye la espiral; la nueva tiene $0{,}002\ \frac{\mu\text{N·m}}{\text{rad}}$ más de par recuperador que la antigua, de $0{,}632\ \frac{\mu\text{N·m}}{\text{rad}}$. Al mismo tiempo, el volante de $10\,\text{mg·cm}^2$ se hace $0{,}010\,\text{mg·cm}^2$ más inerte con arandelas.

Datos: $\Delta D = 0{,}002\ \frac{\mu\text{N·m}}{\text{rad}}$; $D = 0{,}632\ \frac{\mu\text{N·m}}{\text{rad}}$; $\Delta J = 0{,}010\,\text{mg·cm}^2$; $J = 10\,\text{mg·cm}^2$

$$\begin{aligned} \Delta G &\approx \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\Delta D}{D} - \frac{\Delta J}{J} \right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{0{,}002\ \frac{\mu\text{N·m}}{\text{rad}}}{0{,}632\ \frac{\mu\text{N·m}}{\text{rad}}} - \frac{0{,}010\,\text{mg·cm}^2}{10\,\text{mg·cm}^2} \right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &\approx 93{,}5\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \end{aligned}$$

El reloj se adelanta así alrededor de minuto y medio al día: la espiral más fuerte aporta 137 s, y el volante más inerte resta 43 s.

Emparejamiento: par recuperador para volante y número de alternancias

(3.24) MAESTRO

$$D = \pi^2 \cdot n_\mathrm{h}^2 \cdot J$$

Así se elige la espiral para el volante. Escrita con la frecuencia, la fórmula es $D = 4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot J$.

Validez: introducir n_h en alternancias por segundo y J en kg·m²; entonces resulta D en N·m por rad.

D	Par recuperador (de la espiral; buscado)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$
n_h	Número de alternancias (valor nominal)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
J	Momento de inercia (del volante)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

EJEMPLO Un volante de $12\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$ debe dar 21600 A/h, es decir, 6 alternancias por segundo.

Datos: $n_\mathrm{h} = 21\,600\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $J = 12\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

$$\begin{aligned} D &= \pi^2 \cdot n_\mathrm{h}^2 \cdot J \\ &= \pi^2 \cdot \left(21\,600\ \tfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}\right)^2 \cdot 12\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} \\ &\approx 0{,}426\ \tfrac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}} \end{aligned}$$

La espiral necesita unos $0{,}43\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$. Para 28800 A/h, con el mismo volante tendría que ser casi el doble de fuerte.

Medir el momento de inercia con un disco adicional

(3.25) AMPLIACIÓN

$$J = \frac{J_\mathrm{Z}}{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 - 1}$$

Un momento de inercia desconocido no puede pesarse, pero sí medirse a través del período de oscilación: un disco de momento de inercia conocido hace la oscilación más lenta en una cantidad calculable.

Validez: la misma espiral en ambas mediciones, disco montado centrado, oscilación libre sin escape.

J	Momento de inercia (del volante; buscado)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
J_Z	Momento de inercia conocido del disco montado	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
T_1	Período de oscilación sin disco	s
T_2	Período de oscilación con disco	s

EJEMPLO Un volante oscila con su espiral con 0,250 s. Con un disco montado de $5\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$, la oscilación dura 0,306 s.

Datos: $J_\mathrm{Z} = 5\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$; $T_1 = 0{,}250\,\mathrm{s}$; $T_2 = 0{,}306\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} J &= \frac{J_\mathrm{Z}}{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 - 1} \\ &= \frac{5\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}}{\left(\frac{0{,}306\,\mathrm{s}}{0{,}250\,\mathrm{s}}\right)^2 - 1} \\ &\approx 10{,}0\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} \end{aligned}$$

El volante tiene unos $10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$. De J y T_1 se obtiene también, con la fórmula (3.1), el par recuperador de la espiral.

3.5 Temperatura

El calor modifica el órgano regulador por dos vías. La espiral se ablanda porque su módulo de elasticidad disminuye, y todas las piezas se dilatan. En una espiral de acero predomina con mucho la primera vía: el reloj atrasa mucho con el calor.

Se han impuesto dos soluciones. El volante compensado tiene un aro cortado de acero por dentro y latón por fuera; con el calor, los extremos libres se curvan hacia dentro, el momento de inercia disminuye y compensa la espiral más blanda. Hoy se usan espirales autocompensadoras de aleaciones de níquel y hierro como Nivarox o de silicio oxidado, cuyo módulo de elasticidad apenas varía con la temperatura, junto con un volante monometálico.

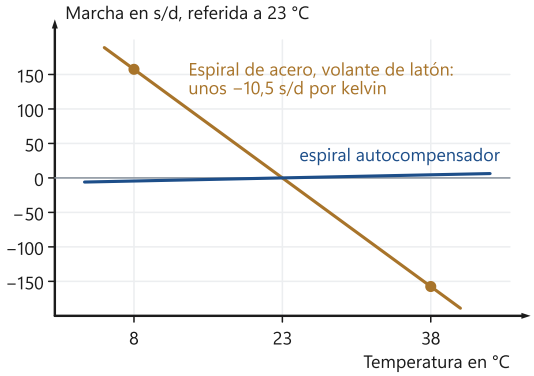


Fig. 3.11 Marcha en función de la temperatura: espiral de acero con volante monometálico y espiral autocompensadora

Coeficiente de temperatura a partir de los datos de los materiales

(3.26) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$C \approx \frac{1}{2} \cdot (\beta_\mathrm{E} + 3 \cdot \alpha_\mathrm{S} - 2 \cdot \alpha_\mathrm{U}) \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Con el calor, la espiral se ablanda (β_E es negativo en el acero) y a la vez aumenta en todas sus medidas; el volante aumenta y con ello se hace más inerte. La fórmula suma las tres contribuciones.

Validez: volante monometálico, no cortado; calentamiento uniforme; variaciones de temperatura pequeñas. No se incluye la influencia del aceite, del escape ni de los pitones de la raqueta.

C	Coeficiente de temperatura de la marcha (+ significa: el reloj adelanta con el calor)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}\cdot\mathrm{K}}$
β_E	Coeficiente de temperatura del módulo de elasticidad de la espiral	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
α_S	Coeficiente de dilatación lineal de la espiral	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
α_U	Coeficiente de dilatación lineal del volante	$\frac{1}{\mathrm{K}}$

EJEMPLO Una espiral de acero ($\beta_\mathrm{E} = -240 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$, $\alpha_\mathrm{S} = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$) trabaja con un volante monometálico de latón ($\alpha_\mathrm{U} = 18{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$).

Datos: $\beta_\mathrm{E} = -240 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$; $\alpha_\mathrm{S} = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$; $\alpha_\mathrm{U} = 18{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$

$$\begin{aligned} C &\approx \frac{1}{2} \cdot (\beta_\mathrm{E} + 3 \cdot \alpha_\mathrm{S} - 2 \cdot \alpha_\mathrm{U}) \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left(-240 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}} + 3 \cdot 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}} - 2 \cdot 18{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}\right) \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -10{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}\cdot\mathrm{K}} \end{aligned}$$

El reloj pierde unos 10,5 s al día por kelvin de calentamiento; entre 8 °C y 38 °C, por tanto, más de 5 minutos al día. Casi todo procede del módulo de elasticidad.

Materiales de espiral y volante (valores orientativos a 20 °C)

Material	Uso	β_E en $10^{-6}\,\frac{1}{K}$	α en $10^{-6}\,\frac{1}{K}$
acero al carbono, templado	espiral de relojes antiguos	−200 … −270	11 … 13
Nivarox y aleaciones similares de níquel y hierro	espiral autocompensadora	en torno a 0, ajustable	en torno a 8
silicio sin recubrir	como comparación; sin capa de óxido no está compensado	en torno a −60	2,6
silicio con capa de óxido	espiral autocompensadora	en torno a 0, ajustable	en torno a 2,6
latón	volante monometálico		18 … 21
bronce al berilio (Glucydur)	volante monometálico		17

En las espirales autocompensadoras, el fabricante ajusta β_E de modo que compense justamente la dilatación de la espiral y del volante.

Coeficiente de temperatura a partir de la medición

(3.27) MAESTRO

$$C = \frac{G_2 - G_1}{\vartheta_2 - \vartheta_1}$$

DESPEJADA $G_2 = G_1 + C \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)$

Se comprueba a dos temperaturas en la misma posición y con el mismo estado de cuerda. Lo habitual son 8 °C y 38 °C; el denominador es entonces 30 K. En el control de cronómetros ambas temperaturas están fijadas (sección 6.4).

Validez: coeficiente medio entre las dos temperaturas de ensayo; antes de cada medición, el reloj debe estar totalmente calentado o enfriado.

C	Coeficiente de temperatura de la marcha	$\frac{s}{d \cdot K}$
G_2	Marcha a la temperatura más alta	$\frac{s}{d}$
G_1	Marcha a la temperatura más baja	$\frac{s}{d}$
ϑ_2	Temperatura de ensayo más alta	°C
ϑ_1	Temperatura de ensayo más baja	°C

EJEMPLO Un reloj adelanta 6,0 s al día a 8 °C y 1,5 s al día a 38 °C, ambas veces en la misma posición.

Datos: $G_2 = 1{,}5\,\frac{s}{d}$; $G_1 = 6{,}0\,\frac{s}{d}$; $\vartheta_2 = 38°C$; $\vartheta_1 = 8°C$

$$C = \frac{G_2 - G_1}{\vartheta_2 - \vartheta_1} = \frac{1{,}5\,\frac{s}{d} - 6{,}0\,\frac{s}{d}}{38°C - 8°C} = -0{,}15\,\frac{s}{d \cdot K}$$

El reloj pierde 0,15 s al día por kelvin de calentamiento. El control de cronómetros según ISO 3159 admite, en movimientos de más de 20 mm de diámetro, hasta 0,6 s al día por kelvin en ambos sentidos.

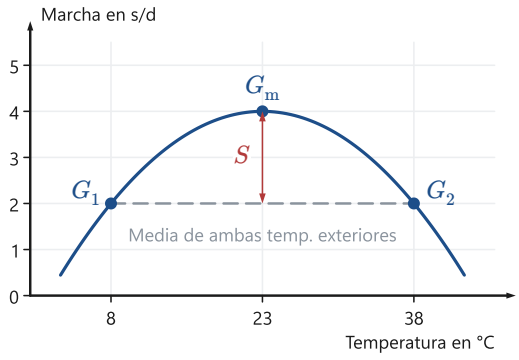


Fig. 3.12 Error secundario S: a temperatura media el reloj adelanta, aunque las marchas G_1 y G_2 a 8 °C y 38 °C sean iguales

Error secundario

(3.28) AMPLIACIÓN

$$S = G_{\mathrm{m}} - \frac{G_1 + G_2}{2}$$

El volante compensado compensa de forma casi lineal, pero la espiral de acero no se ablanda de forma lineal. Si la marcha es correcta a las dos temperaturas extremas, entre ellas el reloj adelanta. Las espirales autocompensadoras apenas tienen ya este error.

Validez: tres mediciones en la misma posición; temperatura media justo entre las dos extremas.

S	Error secundario (+ significa: el reloj adelanta a temperatura media)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_{m}	Marcha a la temperatura media (23 °C)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_1	Marcha a la temperatura más baja (8 °C)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_2	Marcha a la temperatura más alta (38 °C)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

EJEMPLO Un reloj de bolsillo con volante compensado y espiral de acero adelanta 2,0 s al día tanto a 8 °C como a 38 °C, pero a 23 °C adelanta 4,0 s al día.

Datos: $G_{\mathrm{m}} = 4{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_1 = 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_2 = 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} S &= G_{\mathrm{m}} - \frac{G_1 + G_2}{2} \\ &= 4{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - \frac{2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} + 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{2} \\ &= 2{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

El error secundario es de 2 s al día; unos pocos segundos al día son típicos de esta construcción. El coeficiente de temperatura según la fórmula (3.27) es aquí nulo y no revela el error.

Regla: Espiral de acero con volante simple: unos 11 s de atraso al día por kelvin de calentamiento.

3.6 Energía y factor de calidad

El volante en oscilación es un acumulador de energía. En cada oscilación se pierde una pequeña parte de la energía por rozamiento con el aire y en los cojinetes; el escape debe reponer exactamente esa parte. Cuanto menor es la pérdida, menos perturba el escape la marcha.

Energía del volante en oscilación

(3.29) MAESTRO

$$W = \frac{D \cdot A^2}{2}$$

En el punto de retorno toda la energía está en la espiral tensada; en la posición de reposo, en el movimiento del volante: $W = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega_{\max}^2$. La energía crece con el cuadrado de la amplitud. Es la energía de un resorte de torsión según la fórmula (XL 2.26).

Validez: introducir la amplitud en radianes: grados por $\frac{\pi}{180}$.

W	Energía (de la oscilación)	$\mu\mathrm{J}$
D	Par recuperador (de la espiral)	$\frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$
A	Amplitud (en radianes)	rad

EJEMPLO ¿Qué energía almacena un volante con $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$ con 270° de amplitud (4,71 rad)?

Datos: $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$; $A = 4{,}71\,\mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} W &= \frac{D \cdot A^2}{2} \\ &= \frac{0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}} \cdot (4{,}71\,\mathrm{rad})^2}{2} \\ &\approx 7{,}01\ \mu\mathrm{J} \end{aligned}$$

Unos 7 µJ. Con 220° serían solo 4,7 µJ, dos tercios de esa cantidad.

Factor de calidad

(3.30) AMPLIACIÓN

$$Q = \frac{2 \cdot \pi \cdot W}{\Delta W}$$

Q	Factor de calidad	1
W	Energía (de la oscilación)	µJ
ΔW	Pérdida de energía por oscilación completa	µJ

El factor de calidad compara la energía almacenada con la pérdida por oscilación. Un factor de calidad alto significa que el oscilador necesita poco aporte y que el escape lo perturba poco.

Validez: oscilador poco amortiguado (Q mucho mayor que 1). En el volante, Q depende algo de la amplitud y de la posición.

EJEMPLO El volante del ejemplo anterior pierde 0,176 µJ por oscilación.

Datos: $W = 7{,}01\,\mu\text{J}$; $\Delta W = 0{,}176\,\mu\text{J}$

$$\begin{aligned} Q &= \frac{2 \cdot \pi \cdot W}{\Delta W} \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot 7{,}01\,\mu\text{J}}{0{,}176\,\mu\text{J}} \\ &\approx 250 \end{aligned}$$

Un factor de calidad de alrededor de 250 es habitual en un reloj de pulsera. Un buen péndulo de segundos alcanza de algunos miles a más de diez mil; un cuarzo de reloj, varias decenas de miles.

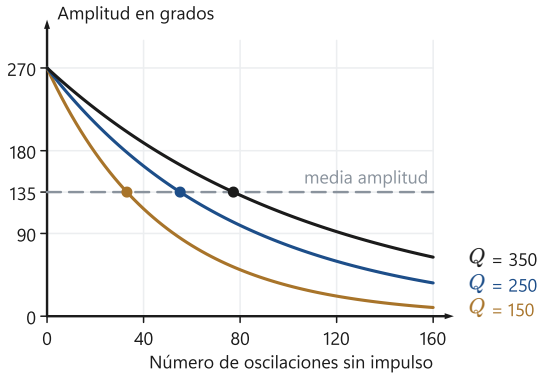


Fig. 3.13 Oscilación libre sin accionamiento: la amplitud se reduce a la mitad tras unas $0{,}22 \cdot Q$ oscilaciones

Oscilación libre sin accionamiento

(3.31) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$A_{\mathrm{N}} \approx A_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\pi \cdot N_{\mathrm{S}}}{Q}}$$

DESPEJADA

$$Q \approx \frac{\pi \cdot N_{\mathrm{S}}}{\ln\left(\frac{A_0}{A_{\mathrm{N}}}\right)}$$

A_{N}	Amplitud tras N_{S} oscilaciones	°
A_0	Amplitud inicial	°
N_{S}	Número de oscilaciones completas (sin accionamiento)	1
Q	Factor de calidad	1

Sin accionamiento, la oscilación se extingue. La amplitud se reduce a la mitad tras unas $0{,}22 \cdot Q$ oscilaciones. A la inversa, un ensayo de oscilación libre da el factor de calidad.

Validez: rozamiento proporcional a la velocidad (rozamiento con el aire), Q constante durante el ensayo. El rozamiento en los cojinetes hace caer la amplitud más deprisa al final.

EJEMPLO Un volante con $Q = 250$ oscila con 270° y deja de recibir impulso. ¿Cuál es la amplitud tras 55 oscilaciones?

Datos: $A_0 = 270°$; $N_{\mathrm{S}} = 55$; $Q = 250$

$$\begin{aligned} A_{\mathrm{N}} &\approx A_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\pi \cdot N_{\mathrm{S}}}{Q}} \\ &= 270° \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\pi \cdot 55}{250}} \\ &\approx 135° \end{aligned}$$

Tras 55 oscilaciones, es decir, a 4 Hz tras casi 14 s, la amplitud ha bajado a la mitad.

Potencia necesaria del volante

(3.32) MAESTRO

$$P = \Delta W \cdot f$$

P	Potencia (que el escape debe entregar al volante)	µW
ΔW	Pérdida de energía por oscilación completa	µJ
f	Frecuencia (oscilaciones completas por segundo)	Hz

En equilibrio, el escape repone en cada oscilación exactamente la pérdida. Escrita con el factor de calidad: $P = \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot W}{Q}$. Aquí P es la potencia, no el paso de rosca.

Validez: estado estacionario con amplitud constante.

EJEMPLO El volante de los ejemplos anteriores pierde 0,176 µJ por oscilación y oscila a 4 Hz.

Datos: $\Delta W = 0{,}176\,\mu\mathrm{J}$; $f = 4\,\mathrm{Hz}$

$$\begin{aligned} P &= \Delta W \cdot f \\ &= 0{,}176\,\mu\mathrm{J} \cdot 4\,\mathrm{Hz} \\ &= 0{,}704\,\mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

El volante necesita unos 0,7 µW. El barrilete debe suministrar varias veces más, porque el tren de engranajes y el escape solo transmiten una parte (capítulos 1 y 5).

Regla: Doble amplitud, cuádruple energía.

3.7 Isocronismo

Isócrono significa de igual duración: un órgano regulador ideal necesita el mismo tiempo para oscilaciones grandes y pequeñas. La fórmula (3.1) lo cumple; el reloj real, solo aproximadamente. Como la amplitud disminuye al desarmarse el muelle real y en las posiciones verticales, todo error de isocronismo se manifiesta como diferencia de marcha entre el reloj con la cuerda completa y casi sin cuerda, y entre las posiciones.

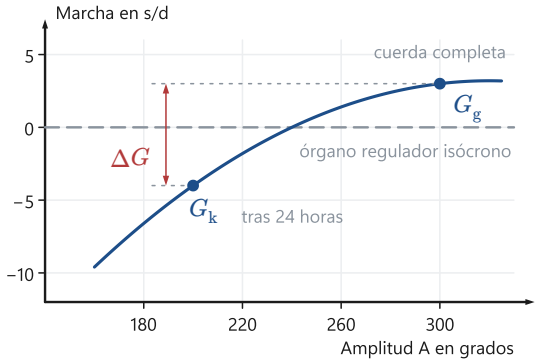


Fig. 3.14 Diagrama marcha-amplitud (principio): el error de isocronismo ΔG es la diferencia de marcha entre amplitud pequeña y grande

El **error de isocronismo** es la diferencia de marcha entre amplitud pequeña y grande, medida en la misma posición y a la misma temperatura (fig. 3.14). Lo más sencillo es medir con la cuerda completa y tras 24 horas de marcha; la fórmula y el ejemplo están en la sección 6.3, fórmula (6.14). Si el reloj atrasa con amplitud pequeña, a menudo se debe a un juego excesivo de la espiral entre los pitones de la raqueta. Otras causas figuran en la tabla.

Qué perturba el isocronismo

Causa	Efecto con amplitud pequeña	Remedio
juego de la espiral entre los pitones de la raqueta	atraso: la espiral apoya en el pitón durante una parte menor de la oscilación y actúa en promedio como más larga	mantener el juego pequeño, colocar la espiral centrada entre los pitones
escape (desenganche antes, impulso alrededor de la posición de reposo)	casi siempre atraso, porque el engrane ocupa una parte mayor de la oscilación	escape de funcionamiento suave, amplitud alta, factor de calidad alto
desequilibrio del volante	en las posiciones verticales, adelanto o atraso según la posición del punto pesado (sección 3.3)	equilibrar
respiración asimétrica de la espiral plana	el centro de gravedad de la espiral se desplaza y los pivotes reciben carga lateral; la marcha depende de la amplitud y de la posición	curva terminal Breguet o espiral de forma adaptada
posición del punto de fijación interior en la virola	adelanto o atraso en las posiciones verticales según la posición del punto de fijación	punto de fijación según el fabricante; se aprovecha de forma deliberada en el reglaje fino

Los efectos se superponen. En el reglaje fino se ajustan de modo que se compensen en lo posible.

La curva terminal Breguet lleva la espira exterior hacia arriba y, en un arco más cerrado, hasta el pitón. Con la forma correcta, la espiral se abre y se cierra uniformemente hacia todos los lados, su centro de gravedad permanece en el eje y los pivotes no reciben presión lateral. Para la forma de la curva terminal hay reglas de construcción, pero no una fórmula sencilla; se dobla según plantilla y se comprueba con la marcha.

Regla: Un órgano regulador es isócrono cuando la marcha no depende de la amplitud.

4 Péndulo

El péndulo es el órgano regulador del reloj grande. Su período de oscilación depende solo de la longitud y de la aceleración de la gravedad, no de la masa de la lenteja, y con amplitudes pequeñas apenas de la amplitud. Por eso un reloj de péndulo se regula por la longitud: lenteja más alta, reloj más rápido.

Las fórmulas valen para amplitudes pequeñas de pocos grados, como las habituales en los relojes. El efecto de amplitudes mayores, de la temperatura y del lugar de instalación se trata en las secciones 4.4 y 4.5.

4.1 Péndulo matemático

El péndulo matemático es el modelo con el que calculamos: una masa puntual en un hilo sin peso. Los péndulos reales se apartan poco de él; cómo se calculan con exactitud se explica en la sección 4.3.

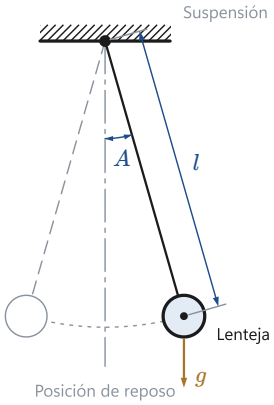


Fig. 4.1 Péndulo matemático: longitud l hasta el centro de gravedad de la lenteja, amplitud A (exagerada para mayor claridad)

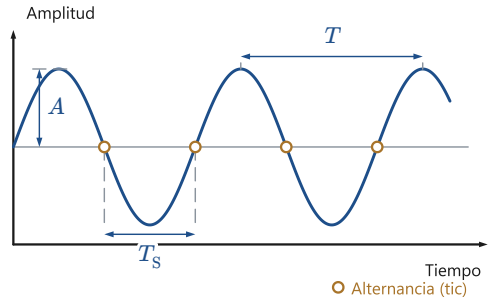


Fig. 4.2 Una alternancia es una semioscilación: $T_S = \frac{1}{2}\,T$

Período de oscilación

(4.1) OFICIAL

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

DESPEJADA $l = \dfrac{g \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}$

El período crece con la raíz de la longitud: un péndulo cuatro veces más largo oscila a la mitad de velocidad.

Validez: amplitudes pequeñas (hasta unos 5°), lenteja puntual, sin rozamiento. Para un péndulo real, sustituir l por la longitud reducida del péndulo l_r (sección 4.3).

T	Período de oscilación (oscilación completa, ida y vuelta)	s
l	Longitud del péndulo (punto de suspensión a centro de gravedad de la lenteja)	m
g	Aceleración de la gravedad (en Europa central $9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Conviene saber: La masa de la lenteja no aparece en la fórmula. Una lenteja más pesada no cambia el período; solo hace el péndulo menos sensible a las perturbaciones del escape y del tren de engranajes.

EJEMPLO Un péndulo mide 0,5 m desde el punto de suspensión hasta el centro de la lenteja. ¿Cuál es el período de oscilación?

Datos: $l = 0{,}5\,\mathrm{m}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\begin{aligned} T &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}5\,\mathrm{m}}{9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} \\ &\approx 1{,}42\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Una oscilación completa, es decir, ida y vuelta, dura unos 1,42 s; cada alternancia dura 0,71 s.

Duración de la alternancia (semioscilación)

(4.2) OFICIAL

$$T_\mathrm{S} = \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Los relojeros cuentan alternancias. Una alternancia es una semioscilación, es decir, la mitad del período; cada alternancia se oye como un tic.

Validez: como en la fórmula (4.1).

T_S	Duración de la alternancia (semioscilación, de un punto de retorno al otro)	s
l	Longitud del péndulo	m
g	Aceleración de la gravedad	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

EJEMPLO ¿Cuánto dura una alternancia en un péndulo de 994 mm de longitud?

Datos: $l = 0{,}994\,\mathrm{m}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\begin{aligned} T_\mathrm{S} &= \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \\ &= \pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}994\,\mathrm{m}}{9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} \\ &\approx 1{,}00\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Exactamente un segundo: un péndulo de 994 mm es un péndulo de segundos, como el que oscila en reguladores y en muchos relojes de pie.

Número de alternancias a partir del período

(4.3) OFICIAL

$$n_\mathrm{h} = \frac{2}{T}$$

DESPEJADA $T = \frac{2}{n_\mathrm{h}}$

n_h	Número de alternancias (semioscilaciones por unidad de tiempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
T	Período de oscilación	s

En cada oscilación completa el péndulo bate dos veces. En los relojes grandes el número de alternancias se indica a menudo por minuto; en los relojes pequeños, en semioscilaciones por hora (A/h).

EJEMPLO Un péndulo tiene un período de oscilación de 1,5 s. ¿Cuál es el número de alternancias por hora?

Datos: $T = 1{,}5\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} n_\mathrm{h} &= \frac{2}{T} \\ &= \frac{2}{1{,}5\,\mathrm{s}} \\ &= \frac{2}{1{,}5\,\mathrm{s}} \cdot 3600\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}} \\ &= 4800\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

4800 alternancias por hora, es decir, 80 alternancias por minuto.

Longitud del péndulo a partir del número de alternancias

(4.4) OFICIAL

$$l = \frac{g}{\pi^2 \cdot n_\mathrm{h}^2}$$

l	Longitud del péndulo	m
g	Aceleración de la gravedad	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
n_h	Número de alternancias (semioscilaciones por unidad de tiempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$

Así se determina la longitud de un péndulo que falta: calcular el número de alternancias a partir de los números de dientes del tren de engranajes (capítulo 2) y después la longitud.

Validez: como para el período, fórmula (4.1); introducir n_h en alternancias por segundo si g está en $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

EJEMPLO Un movimiento está construido para 90 alternancias por minuto, es decir, 1,5 alternancias por segundo. ¿Qué longitud debe tener el péndulo?

Datos: $g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $\quad n_\mathrm{h} = 1{,}5\,\frac{1}{\mathrm{s}}$

$$\begin{aligned} l &= \frac{g}{\pi^2 \cdot n_\mathrm{h}^2} \\ &= \frac{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{\pi^2 \cdot \left(1{,}5\,\frac{1}{\mathrm{s}}\right)^2} \\ &\approx 0{,}442\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

El péndulo debe medir unos 442 mm desde el punto de suspensión hasta el centro de la lenteja.

Longitud del péndulo a partir de alternancias por minuto (fórmula de taller) (4.5) ECUACIÓN NUMÉRICA OFICIAL

$$l = \frac{3\,578\,400}{n_{\mathrm{h}}^2}$$

l	Longitud del péndulo en mm	mm
n_{h}	Número de alternancias por minuto	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

El número 3 578 400 es la longitud del péndulo de segundos (994 mm) por 60^2. Introducir los valores solo en las unidades indicadas.

Validez: $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; l en mm, n_{h} en alternancias por minuto.

EJEMPLO ¿Qué longitud tiene el péndulo para 90 alternancias por minuto?

Datos: $n_{\mathrm{h}} = 90\ \frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} l &= \frac{3\,578\,400}{n_{\mathrm{h}}^2} \\ &= \frac{3\,578\,400}{90^2} \\ &\approx 442\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Unos 442 mm, como en la fórmula anterior.

Regla: Un péndulo de 994 mm bate segundos. Un péndulo cuatro veces más largo bate la mitad de veces.

4.2 Regulación por la longitud del péndulo

Si un reloj de péndulo adelanta, se alarga el péndulo; si atrasa, se acorta. Como el período crece con la raíz de la longitud, un 1 ‰ más de longitud hace la oscilación un 0,5 ‰ más lenta, es decir, 43 s al día.

Variación de marcha por variación de longitud

(4.6) APROXIMACIÓN OFICIAL

$$\Delta G \approx -\frac{\Delta l}{2 \cdot l} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

DESPEJADA $$\Delta l \approx -\frac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$$

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δl	Variación de longitud (+ significa: péndulo más largo, lenteja más baja)	mm
l	Longitud del péndulo	mm

Un péndulo más largo oscila más despacio y el reloj se vuelve más lento; de ahí el signo menos. El factor $86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$ convierte la variación relativa en segundos por día.

Validez: variaciones pequeñas (Δl mucho menor que l); péndulo sin varilla pesada.

Conviene saber: En péndulos con varilla pesada, el centro de oscilación se desplaza menos que la lenteja. La lenteja debe moverse entonces más de lo calculado. Calculando con la longitud del péndulo obtenida del número de alternancias, con una varilla del 10 %, 20 % y 30 % de la masa de la lenteja el recorrido es aproximadamente un 3 %, 7 % y 10 % mayor. Por eso, para el péndulo real se calcula a menudo con el factor 2,2 en lugar de 2, véase la fórmula (4.7).

EJEMPLO Un reloj de pie con 994 mm de longitud de péndulo adelanta 30 s al día. Debe hacerse, pues, 30 s al día más lento. ¿Cuánto hay que bajar la lenteja?

Datos: $\Delta G = -30\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $\quad l = 994\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\Delta l &\approx -\frac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &= -\frac{2 \cdot 994\,\mathrm{mm} \cdot \left(-30\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\right)}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &\approx 0{,}69\,\mathrm{mm}\end{aligned}$$

La lenteja debe bajar unos 0,7 mm; el péndulo se hace más largo.

Desplazamiento de la lenteja a partir de marcha y número de alternancias (fórmula de taller)

(4.7) ECUACIÓN NUMÉRICA OFICIAL

$$\Delta l \approx \frac{90 \cdot G}{n_{\mathrm{h}}^2}$$

Δl	Desplazamiento de la lenteja en mm (+ significa: lenteja más baja)	mm
G	Marcha del reloj en segundos por día (+ significa: el reloj adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
n_{h}	Número de alternancias por minuto	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

Si el reloj adelanta, la lenteja baja; si atrasa, sube. El número 90 contiene la longitud del péndulo obtenida del número de alternancias y un suplemento para el péndulo real. Para el péndulo matemático, las fórmulas (4.5) y (4.6) juntas dan $\frac{2 \cdot 3\,578\,400}{86\,400} \approx 83$. Con el factor 2,2 en lugar de 2 resultan 91, redondeado 90.

Validez: Δl en mm, G en segundos por día, n_{h} en alternancias por minuto. Valor orientativo para péndulos cuya varilla oscila con ellos; con varilla muy ligera se toma 83 en lugar de 90. Tras el ajuste se vuelve a medir la marcha.

EJEMPLO El reloj de pie del ejemplo de la fórmula (4.6) bate 60 veces por minuto y adelanta 30 s al día. ¿Cuánto se baja la lenteja?

Datos: $G = 30\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $n_{\mathrm{h}} = 60\ \frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned}\Delta l &\approx \frac{90 \cdot G}{n_{\mathrm{h}}^2} \\ &= \frac{90 \cdot 30}{60^2} \\ &= 0{,}75\,\mathrm{mm}\end{aligned}$$

La lenteja baja 0,75 mm. Para el péndulo matemático eran 0,69 mm; la diferencia es el suplemento por la varilla que oscila con el péndulo.

Variación de marcha con la tuerca de regulación

(4.8) APROXIMACIÓN OFICIAL

$$\Delta G \approx -\frac{N \cdot P}{2 \cdot l} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

DESPEJADA $$N \approx -\frac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{P \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$$

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
N	Vueltas (de la tuerca; + significa: lenteja más baja)	1
P	Paso de rosca (de la tuerca de regulación)	mm
l	Longitud del péndulo	mm

Una vuelta completa de la tuerca desplaza la lenteja un paso de rosca.

Validez: la lenteja descansa sobre la tuerca; péndulo sin varilla pesada.

EJEMPLO ¿Cuánto cambia la marcha de un péndulo de segundos una vuelta completa de la tuerca de regulación (paso 0,5 mm) si la lenteja baja?

Datos: $N = 1$; $P = 0{,}5\,\mathrm{mm}$; $l = 994\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx -\frac{N \cdot P}{2 \cdot l} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{1 \cdot 0{,}5\,\mathrm{mm}}{2 \cdot 994\,\mathrm{mm}} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -21{,}7\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

El reloj se vuelve unos 22 s al día más lento. Las correcciones más finas se hacen con fracciones de vuelta; muchas tuercas llevan para ello una graduación.

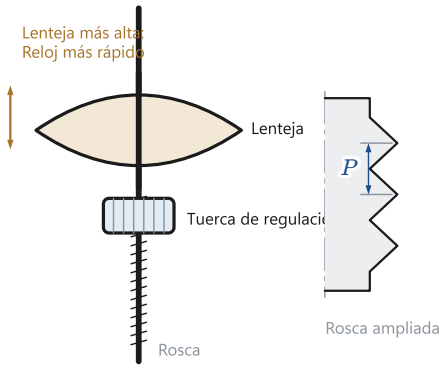


Fig. 4.3 La tuerca de regulación sube o baja la lenteja un paso P por vuelta

Regla: Lenteja más alta, reloj más rápido. En el péndulo de segundos, 1 mm equivale a unos 43 s al día.

Pesas de ajuste. Los relojes de péndulo de precisión ya no se regulan al final con la tuerca, sino con pequeñas pesas sobre un platillo en la varilla del péndulo. El péndulo sigue oscilando mientras tanto. Cada pesa añadida adelanta el reloj; cada pesa retirada lo atrasa.

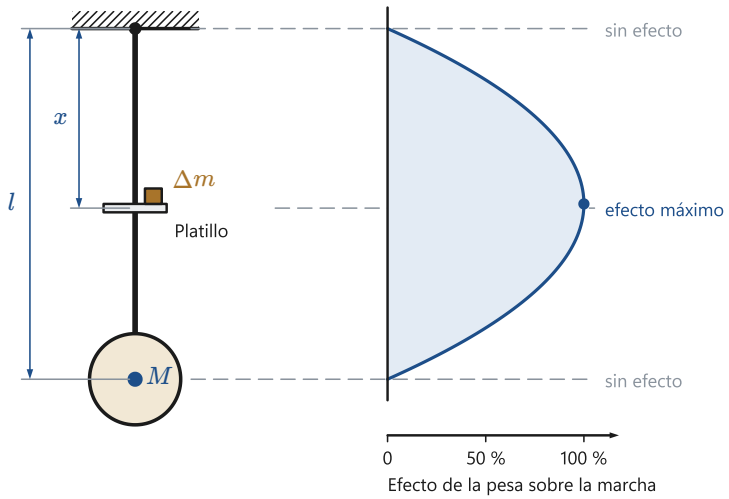


Fig. 4.4 Pesa de ajuste Δm a la distancia x bajo la suspensión: el efecto sobre la marcha es máximo a media longitud del péndulo y se anula en la suspensión y en el centro de oscilación M

Pesa de ajuste a media longitud del péndulo

(4.9) APROXIMACIÓN OFICIAL

$$\Delta G \approx \frac{\Delta m}{8 \cdot m} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

DESPEJADA $$\Delta m \approx \frac{8 \cdot m \cdot \Delta G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$$

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δm	Masa de la pesa de ajuste (+ significa: añadida)	g
m	Masa (del péndulo)	kg

La pesa se sitúa por encima del centro de oscilación y acorta un poco la longitud efectiva del péndulo. Como 86 400 dividido entre 8 es 10 800, en el taller se calcula de forma abreviada: $\Delta m = \frac{m \cdot \Delta G}{10\,800}$ con ΔG en segundos por día.

Validez: platillo a media longitud del péndulo, es decir, a mitad de camino entre la suspensión y el centro de oscilación; pesa mucho más ligera que el péndulo; masa del péndulo concentrada esencialmente en la lenteja. Con varilla pesada, la pesa actúa algo más.

EJEMPLO Un reloj de péndulo de precisión con 6 kg de masa pendular atrasa 0,5 s al día. ¿Qué pesa de ajuste lo compensa?

Datos: $m = 6\,\mathrm{kg}$; $\Delta G = 0{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned}\Delta m &\approx \frac{8 \cdot m \cdot \Delta G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &= \frac{8 \cdot 6\,\mathrm{kg} \cdot 0{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &\approx 0{,}28\,\mathrm{g}\end{aligned}$$

Unos 0,28 g. Para recordar: la 10 800.ª parte de la masa del péndulo, aquí 0,56 g, aporta 1 s al día.

Pesa de ajuste a cualquier altura

(4.10) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$\Delta G \approx \frac{\Delta m \cdot x}{2 \cdot m \cdot l} \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

En la suspensión y en el centro de oscilación una pesa no produce efecto. Entre ambos adelanta el reloj, con el máximo en el centro. Por debajo del centro de oscilación lo atrasa.

Validez: pesa mucho más ligera que el péndulo; péndulo calculado como masa puntual a la longitud l.

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δm	Masa de la pesa de ajuste (+ significa: añadida)	g
x	Distancia (suspensión a pesa de ajuste)	mm
m	Masa (del péndulo)	kg
l	Longitud del péndulo (suspensión a centro de oscilación)	mm

Conviene saber: Alrededor de la media longitud del péndulo el efecto apenas cambia con la altura. Por eso el platillo está bien colocado allí: unos milímetros no importan. Una pesa de regulación desplazable, en cambio, no debe ir en el centro, porque allí desplazarla casi no produce efecto.

EJEMPLO El péndulo del ejemplo anterior (6 kg) es un péndulo de segundos de 994 mm de longitud. Sobre él se coloca 1 g, no en el centro, sino 331 mm por debajo de la suspensión, es decir, a un tercio de la longitud. ¿Cuánto cambia la marcha?

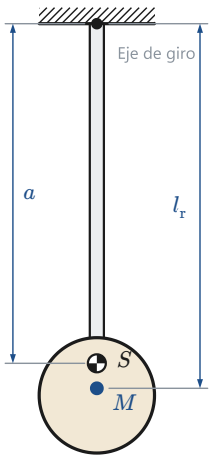
Datos: $\Delta m = 1\,\mathrm{g}$; $x = 331\,\mathrm{mm}$; $m = 6\,\mathrm{kg}$; $l = 994\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx \frac{\Delta m \cdot x}{2 \cdot m \cdot l} \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{1\,\mathrm{g} \cdot 331\,\mathrm{mm}}{2 \cdot 6\,\mathrm{kg} \cdot 994\,\mathrm{mm}} \cdot \left(1 - \frac{331\,\mathrm{mm}}{994\,\mathrm{mm}}\right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx 1{,}60\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

El reloj se adelanta unos 1,6 s al día. A media longitud serían 1,8 s.

4.3 Péndulo físico

Un péndulo real tiene una varilla con masa propia y una lenteja extensa. Oscila como un péndulo matemático de longitud reducida l_r. Esta llega hasta el centro de oscilación, que está algo por debajo del centro de gravedad.



S centro de gravedad · M centro de oscilación

Fig. 4.5 Péndulo físico: centro de gravedad S a la distancia a, centro de oscilación M a la longitud reducida l_r

Período de oscilación del péndulo físico

(4.11) MAESTRO

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J_\mathrm{A}}{m \cdot g \cdot a}}$$

Validez: amplitudes pequeñas, sin rozamiento, péndulo rígido.

T	Período de oscilación	s
J_A	Momento de inercia respecto al eje de giro (suspensión)	$\mathrm{kg \cdot m^2}$
m	Masa (del péndulo completo)	kg
g	Aceleración de la gravedad	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$
a	Distancia (eje de giro a centro de gravedad)	m

EJEMPLO Una varilla uniforme (longitud 1 m, masa 0,6 kg) oscila alrededor de su extremo superior. Su momento de inercia respecto al extremo es $J_\mathrm{A} = \frac{1}{3} \cdot m \cdot L^2 = 0{,}2\,\mathrm{kg \cdot m^2}$; el centro de gravedad está en el medio.

Datos: $J_\mathrm{A} = 0{,}2\,\mathrm{kg \cdot m^2}$; $m = 0{,}6\,\mathrm{kg}$; $g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$; $a = 0{,}5\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} T &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J_\mathrm{A}}{m \cdot g \cdot a}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}2\,\mathrm{kg \cdot m^2}}{0{,}6\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}} \cdot 0{,}5\,\mathrm{m}}} \\ &\approx 1{,}64\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

1,64 s; un péndulo de hilo de 1 m tendría 2,01 s. La varilla oscila más rápido porque parte de su masa está cerca del eje de giro.

Longitud reducida del péndulo

(4.12) MAESTRO

$$l_\mathrm{r} = \frac{J_\mathrm{A}}{m \cdot a}$$

La longitud reducida es la longitud del péndulo matemático con el mismo período de oscilación. Con l_r en lugar de l valen todas las fórmulas de las secciones 4.1 y 4.2.

l_r	longitud reducida del péndulo (eje de giro a centro de oscilación)	m
J_A	Momento de inercia respecto al eje de giro	$\mathrm{kg \cdot m^2}$
m	Masa (del péndulo completo)	kg
a	Distancia (eje de giro a centro de gravedad)	m

EJEMPLO ¿Qué longitud tiene el péndulo de hilo equivalente a la varilla del ejemplo anterior?

Datos: $J_\mathrm{A} = 0{,}2\,\mathrm{kg \cdot m^2}$; $m = 0{,}6\,\mathrm{kg}$; $a = 0{,}5\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} l_\mathrm{r} &= \frac{J_\mathrm{A}}{m \cdot a} \\ &= \frac{0{,}2\,\mathrm{kg \cdot m^2}}{0{,}6\,\mathrm{kg} \cdot 0{,}5\,\mathrm{m}} \\ &\approx 0{,}667\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

La varilla oscila como un péndulo de hilo de 667 mm, es decir, como un péndulo de dos tercios de su longitud.

Momento de inercia respecto a la suspensión (teorema de Steiner)

(4.13) MAESTRO

$$J_A = J_S + m \cdot a^2$$

Así se traslada el momento de inercia de una pieza desde su centro de gravedad al eje de giro del péndulo. Para varias piezas se suman las contribuciones.

J_A	Momento de inercia respecto al eje de giro	$\mathrm{kg \cdot m^2}$
J_S	Momento de inercia respecto al eje paralelo que pasa por el centro de gravedad	$\mathrm{kg \cdot m^2}$
m	Masa (de la pieza)	kg
a	Distancia (entre ambos ejes)	m

EJEMPLO Una lenteja (disco, masa 1,2 kg, radio 60 mm) cuelga con su centro 0,9 m por debajo de la suspensión. Respecto a su propio centro tiene $J_S = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 = 0{,}002\,16\,\mathrm{kg \cdot m^2}$.

Datos: $J_S = 0{,}002\,16\,\mathrm{kg \cdot m^2}$; $m = 1{,}2\,\mathrm{kg}$; $a = 0{,}9\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} J_A &= J_S + m \cdot a^2 \\ &= 0{,}002\,16\,\mathrm{kg \cdot m^2} + 1{,}2\,\mathrm{kg} \cdot (0{,}9\,\mathrm{m})^2 \\ &\approx 0{,}974\,\mathrm{kg \cdot m^2} \end{aligned}$$

Casi todo el momento de inercia procede de la distancia a la suspensión. Por eso un péndulo con lenteja pesada y varilla ligera se comporta casi como un péndulo matemático.

4.4 Amplitud y error circular

Las fórmulas de la sección 4.1 solo son exactas para amplitudes infinitamente pequeñas. Cuanto más amplio es el movimiento del péndulo, más dura una oscilación. El reloj solo nota este error circular cuando la amplitud cambia, por ejemplo porque disminuye la fuerza motriz o envejece el aceite del escape.

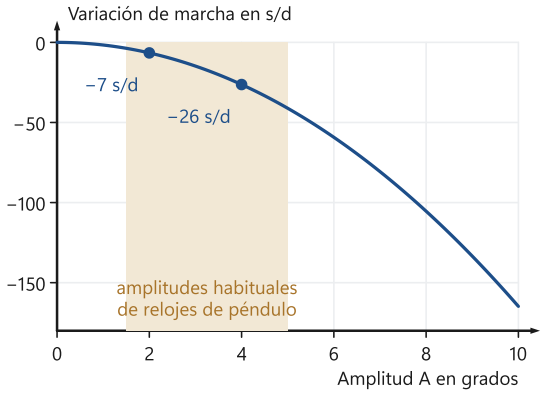


Fig. 4.6 Error circular: cuanto mayor es la amplitud, más despacio oscila el péndulo (marcha respecto a una amplitud muy pequeña)

Período de oscilación con amplitud mayor

(4.14) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$T \approx T_0 \cdot \left(1 + \frac{A^2}{16}\right)$$

Validez: amplitudes hasta unos 20°. Introducir A en radianes: grados por $\frac{\pi}{180}$.

T	Período de oscilación (con la amplitud A)	s
T_0	Período de oscilación con amplitud muy pequeña (fórmula 6.1)	s
A	Amplitud (del péndulo, en radianes)	rad

EJEMPLO Un péndulo de segundos ($T_0 = 2\,\mathrm{s}$) oscila con una amplitud de 4°, es decir, 0,0698 rad.

Datos: $T_0 = 2\,\mathrm{s}$; $A = 0{,}0698\,\mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} T &\approx T_0 \cdot \left(1 + \frac{A^2}{16}\right) \\ &= 2\,\mathrm{s} \cdot \left(1 + \frac{(0{,}0698\,\mathrm{rad})^2}{16}\right) \\ &\approx 2{,}0006\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Cada oscilación dura 0,6 ms más; respecto a una amplitud muy pequeña, el reloj pierde así unos 26 s al día.

Variación de marcha al cambiar la amplitud

(4.15) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$\Delta G \approx -\frac{A_2^2 - A_1^2}{16} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Si la amplitud disminuye, el reloj se adelanta.

Validez: como en la fórmula anterior.

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
A_2	Amplitud después (radianes)	rad
A_1	Amplitud antes (radianes)	rad

EJEMPLO La amplitud baja de 2,5° (0,0436 rad) a 2,0° (0,0349 rad).

Datos: $A_2 = 0{,}0349\,\mathrm{rad}$; $A_1 = 0{,}0436\,\mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} \Delta G &\approx -\frac{A_2^2 - A_1^2}{16} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{(0{,}0349\,\mathrm{rad})^2 - (0{,}0436\,\mathrm{rad})^2}{16} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx 3{,}7\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

El reloj gana unos 3,7 s al día. Una fuerza motriz uniforme mantiene constante la amplitud y con ella la marcha; es una de las razones por las que los relojes de péndulo de precisión funcionan con pesa.

4.5 Temperatura y lugar de instalación

El calor dilata la varilla del péndulo y el reloj atrasa. Y como la aceleración de la gravedad no es igual en todas partes, un reloj de péndulo debe regularse de nuevo tras una mudanza.

Variación de marcha por temperatura

(4.16) APROXIMACIÓN MAESTRO

$$\Delta G \approx -\frac{\alpha \cdot \Delta\vartheta}{2} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Más calor, más longitud; más longitud, más lentitud.

Validez: péndulo sin compensación de temperatura; dilatación de la lenteja y de la suspensión despreciada.

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
α	Coeficiente de dilatación lineal (de la varilla del péndulo)	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
$\Delta\vartheta$	Variación de temperatura	K

EJEMPLO Un reloj de péndulo con varilla de acero ($\alpha = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$) está en verano 10 K más caliente que en invierno.

Datos: $\alpha = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$; $\Delta\vartheta = 10\,\mathrm{K}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx -\frac{\alpha \cdot \Delta\vartheta}{2} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}} \cdot 10\,\mathrm{K}}{2} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -4{,}97\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

En verano el reloj se vuelve unos 5 s al día más lento. Con una varilla de madera el error se reduce a un tercio aproximadamente; con una varilla de invar, a entre una décima y una sexta parte.

Coeficientes de dilatación lineal para varillas de péndulo (valores orientativos a 20 °C)

Material	α en $10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$
Zinc	30
Aluminio	23
Latón	18 … 21
Acero no aleado	11 … 13
Madera (abeto, en el sentido de la fibra)	3 … 5
Invar (FeNi36)	1,2 … 2
Vidrio de cuarzo	0,5

Los valores varían con la aleación, el tratamiento térmico y, en la madera, con la humedad.

Compensación de temperatura con dos materiales

(4.17) AMPLIACIÓN

$$\alpha_1 \cdot l_1 = \alpha_2 \cdot l_2$$

DESPEJADA $l_2 = \dfrac{\alpha_1 \cdot l_1}{\alpha_2}$

En el péndulo de parrilla y en el péndulo de zinc y acero, un material de gran dilatación eleva la lenteja tanto como el acero la hace bajar.

Validez: simplificado, solo las varillas. La dilatación de la lenteja y la posición del centro de oscilación desplazan algo el resultado; por eso se hace un ajuste fino tras la construcción.

α_1	Coeficiente de dilatación lineal de las piezas que actúan hacia abajo (acero)	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
l_1	Longitud total de las piezas que actúan hacia abajo	m
α_2	Coeficiente de dilatación lineal de las piezas que actúan hacia arriba (zinc, latón)	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
l_2	Longitud total de las piezas que actúan hacia arriba	m

EJEMPLO Un péndulo de zinc y acero tiene en total 1,2 m de acero ($\alpha_1 = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$) que se dilata hacia abajo. ¿Qué longitud debe tener el tubo de zinc ($\alpha_2 = 30 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$)?

Datos: $\alpha_1 = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$; $\quad l_1 = 1{,}2\,\mathrm{m}$; $\quad \alpha_2 = 30 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$

$$\begin{aligned} l_2 &= \frac{\alpha_1 \cdot l_1}{\alpha_2} \\ &= \frac{11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}} \cdot 1{,}2\,\mathrm{m}}{30 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}} \\ &\approx 0{,}46\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

El tubo de zinc debe medir unos 46 cm.

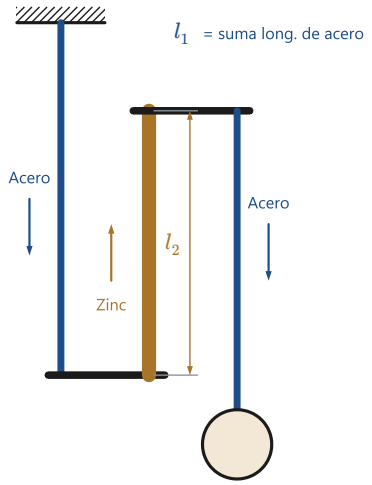


Fig. 4.7 Péndulo de zinc y acero, separado para mayor claridad: el acero baja la lenteja, el zinc la sube

Variación de marcha por cambio de lugar de instalación

(4.18) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$\Delta G \approx \frac{\Delta g}{2 \cdot g} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Donde la aceleración de la gravedad es mayor, el péndulo oscila más rápido.

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δg	Variación de la aceleración de la gravedad (lugar nuevo menos lugar anterior)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
g	Aceleración de la gravedad en el lugar anterior	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

EJEMPLO Un reloj de pie regulado en Hamburgo ($g = 9{,}8138\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$) se lleva a Múnich ($g = 9{,}8074\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$), es decir, $\Delta g = -0{,}0064\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Datos: $\Delta g = -0{,}0064\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $\quad g = 9{,}8138\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx \frac{\Delta g}{2 \cdot g} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{-0{,}0064\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{2 \cdot 9{,}8138\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -28{,}2\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

En Múnich el reloj atrasa unos 28 s al día y debe regularse de nuevo allí.

Aceleración de la gravedad según latitud y altitud

(4.19) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$g \approx 9{,}780\,327\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \left(1 + 0{,}005\,302\,4 \cdot \sin^2 \varphi - 5{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot \sin^2 (2 \cdot \varphi)\right) - 3{,}086 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{s}^2} \cdot h$$

La fórmula da la gravedad normal de una Tierra ideal. El subsuelo se aparta localmente hasta unos $0{,}0005\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, en alta montaña también más; para regular un reloj es suficiente.

Validez: Fórmula internacional de la gravedad de 1980 con corrección de altitud en aire libre.

g	Aceleración de la gravedad	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
φ	latitud geográfica	$^\circ$
h	Altitud (sobre el nivel del mar)	m

EJEMPLO Aceleración de la gravedad en Múnich: latitud 48,14°, altitud 520 m.

Datos: $\varphi = 48{,}14^\circ$; $\quad h = 520\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned}g &\approx 9{,}780\,327\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \left(1 + 0{,}005\,302\,4 \cdot \sin^2 \varphi - 5{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot \sin^2 (2 \cdot \varphi)\right) - 3{,}086 \cdot 10^{-6}\ \tfrac{1}{\mathrm{s}^2} \cdot h \\ &= 9{,}780\,327\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \left(1 + 0{,}005\,302\,4 \cdot \sin^2 (48{,}14^\circ) - 5{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot \sin^2 (2 \cdot 48{,}14^\circ)\right) - 3{,}086 \cdot 10^{-6}\ \tfrac{1}{\mathrm{s}^2} \cdot 520\,\mathrm{m} \\ &\approx 9{,}8074\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\end{aligned}$$

Unos $9{,}8074\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; Hamburgo, al nivel del mar, tiene $9{,}8138\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

5 Escapes

El escape se sitúa entre el tren de engranajes y el órgano regulador. Detiene el tren de engranajes, lo libera diente a diente al ritmo del volante o del péndulo y aporta al órgano regulador la energía que este pierde por rozamiento. El escape cuenta, pues, las oscilaciones. La precisión del reloj depende también de lo poco que perturbe al órgano regulador.

El capítulo empieza con las magnitudes comunes a todos los escapes. Siguen la geometría del escape de áncora suizo, el balance energético, los ruidos del escape que evalúa un cronocomparador y los escapes del reloj grande.

5.1 Magnitudes básicas de todos los escapes

Todo escape libera el tren de engranajes en pasos iguales y al mismo tiempo impulsa el órgano regulador. Los términos son los mismos en todos los tipos. En este capítulo los ángulos se designan siempre γ en la rueda de escape, β en el áncora, λ y A en el volante. En el escape de áncora, la rueda de escape también se llama rueda de áncora.

Términos del escape

Término	Significado	Ángulo
Reposo	Un diente descansa sobre el plano de reposo y la rueda está parada. Se mide como recorrido del áncora hasta el comienzo del impulso.	β_{R} en el áncora
Liberación	El órgano regulador saca la paleta del reposo y libera el diente.	Parte de λ
Impulso	El diente se desliza sobre el plano de impulso e impulsa el órgano regulador a través del áncora.	γ_{H} en la rueda, β_{H} en el áncora
Caída	La rueda gira libre hasta que el diente siguiente toca su plano de reposo.	γ_{F} en la rueda
Tiro	Inclinación del plano de reposo con la que la rueda atrae el áncora hacia el tope.	ψ en la paleta
Recorrido perdido	Recorrido del áncora tras la caída hasta el tope; seguridad del reposo.	β_{V} en el áncora
Ángulo de levantamiento	Recorrido del volante mientras la elipse está en la horquilla.	λ en el volante
Arco suplementario	Recorrido del órgano regulador fuera del impulso, hasta el punto de retorno.	φ_{E} en volante o péndulo

El volante necesita su ángulo de levantamiento para la liberación y el impulso juntos.

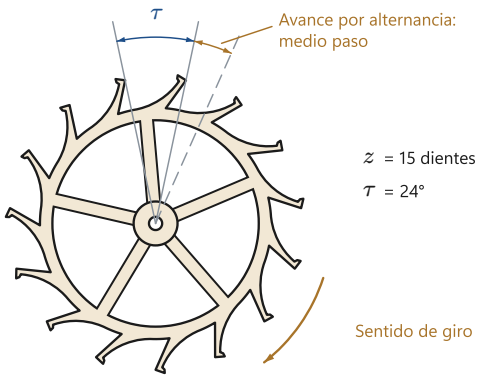


Fig. 5.1 Paso τ de la rueda de escape; en cada alternancia la rueda avanza medio paso

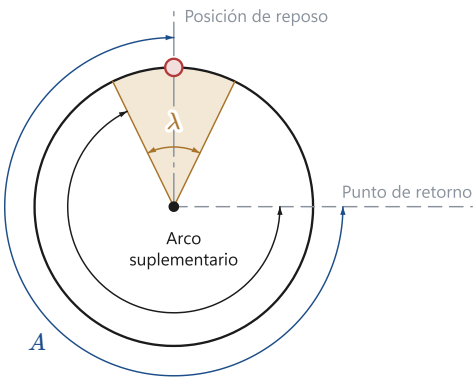


Fig. 5.2 Recorrido de la elipse de la posición de reposo al punto de retorno: amplitud A, ángulo de levantamiento λ y arco suplementario

Paso de la rueda de escape

(5.1) OFICIAL

$$\tau = \frac{360^\circ}{z}$$

τ	Paso (de la rueda de escape; ángulo de diente a diente)	°
z	Número de dientes (de la rueda de escape)	1

El paso es el ángulo de diente a diente. En cada alternancia la rueda avanza medio paso, porque cada diente trabaja sucesivamente en ambas paletas.

Validez: escapes de áncora, de cilindro, Graham y de áncora de retroceso. En el escape de cronómetro la rueda solo avanza en cada segunda alternancia, y entonces un paso completo.

EJEMPLO ¿Cuál es el paso de una rueda de escape de 15 dientes?

Datos: $z = 15$

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{360^\circ}{z} \\ &= \frac{360^\circ}{15} \\ &= 24^\circ\end{aligned}$$

El paso es de 24°; el avance por alternancia, por tanto, 12°.

Número de alternancias y velocidad de giro de la rueda de escape

(5.2) OFICIAL

$$n_\mathrm{h} = 2 \cdot z \cdot n_\mathrm{H}$$

DESPEJADA $n_\mathrm{H} = \dfrac{n_\mathrm{h}}{2 \cdot z}$

n_h	Número de alternancias (semioscilaciones por unidad de tiempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z	Número de dientes (de la rueda de escape)	1
n_H	Velocidad de giro de la rueda de escape	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

En una vuelta de la rueda de escape cada diente pasa una vez y permite dos alternancias. La fórmula une el tren de engranajes y el órgano regulador: del número de alternancias y el número de dientes resulta la velocidad a la que debe girar la rueda de escape (capítulo 2). El mismo cálculo con los números de dientes del tren de engranajes figura en la sección 2.2.

Validez: todos los escapes en los que pasa un diente por oscilación, también los de cilindro y de cronómetro.

Conviene saber: Con péndulo de segundos y 30 dientes, la rueda de escape da exactamente una vuelta por minuto. Por eso su eje puede llevar el segundero.

EJEMPLO Un movimiento de péndulo da 4800 alternancias por hora, es decir, 80 por minuto. La rueda de escape tiene 32 dientes. ¿A qué velocidad gira?

Datos: $n_\mathrm{h} = 4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $z = 32$

$$\begin{aligned}n_\mathrm{H} &= \frac{n_\mathrm{h}}{2 \cdot z} \\ &= \frac{4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}}{2 \cdot 32} \\ &= \frac{80\ \frac{1}{\mathrm{min}}}{2 \cdot 32} \\ &\approx 1{,}25\ \frac{1}{\mathrm{min}}\end{aligned}$$

La rueda de escape gira 1,25 veces por minuto; una vuelta dura, pues, 48 s. Para el reloj pequeño hay un ejemplo en la fórmula (2.8).

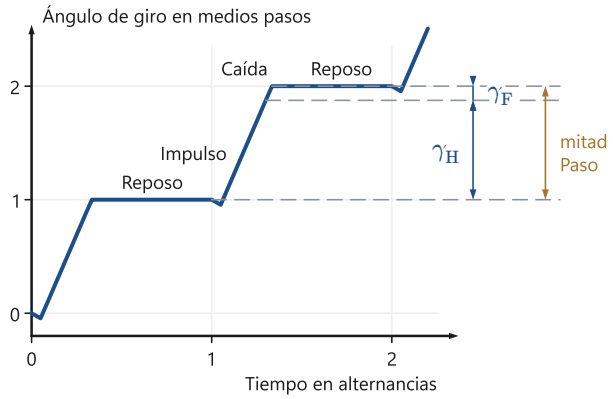


Fig. 5.3 Recorrido de la rueda de escape en dos alternancias: impulso γ_H y caída γ_F suman medio paso. El pequeño retroceso antes de cada impulso se produce al liberar un escape con tiro. El eje de tiempo no está a escala: en el reloj pequeño, impulso y caída duran solo unas centésimas de la alternancia

Impulso y caída en la rueda

(5.3) MAESTRO

$$\gamma_H + \gamma_F = \frac{180^\circ}{z}$$

DESPEJADA $\gamma_F = \dfrac{180^\circ}{z} - \gamma_H$

El avance de la rueda consta de dos partes. En el impulso el diente empuja la paleta; en la caída la rueda gira libre hasta que el diente siguiente toca su plano de reposo. La caída es una seguridad necesaria, pero energía perdida.

Validez: γ_H cuenta todo el recorrido de la rueda entre dos caídas. En escapes con tiro, al liberar la rueda retrocede una fracción de grado y la vuelve a avanzar enseguida; este retroceso se compensa en la suma.

γ_H	Impulso en la rueda (ángulo de giro de la rueda entre dos caídas)	°
γ_F	Caída (ángulo de giro libre de la rueda)	°
z	Número de dientes (de la rueda de escape)	1

EJEMPLO En una rueda de escape de 15 dientes, la rueda gira 10,5° durante el impulso. ¿Cuál es la caída?

Datos: $z = 15$; $\gamma_H = 10{,}5^\circ$

$$\begin{aligned}\gamma_F &= \frac{180^\circ}{z} - \gamma_H \\ &= \frac{180^\circ}{15} - 10{,}5^\circ \\ &= 1{,}5^\circ\end{aligned}$$

Para la caída quedan 1,5°, un valor habitual en el escape de áncora suizo.

Caída como recorrido de la punta del diente

(5.4) MAESTRO

$$s_\mathrm{F} = R \cdot \gamma_\mathrm{F}$$

Bajo la lupa la caída aparece como un pequeño recorrido de la punta del diente. La fórmula convierte el ángulo de caída en este recorrido y muestra con qué poco juego trabaja el escape.

Validez: ángulo en radianes: $1^\circ = 0{,}01745\,\mathrm{rad}$.

s_F	Caída como recorrido (en la periferia de la rueda)	mm
R	Radio (de la rueda de escape; hasta los puntos de contacto)	mm
γ_F	Caída (introducir como ángulo en radianes)	rad

EJEMPLO Una rueda de escape tiene 2,40 mm de radio y la caída es de 1,5°. ¿Cuánto cae la punta del diente?

Datos: $R = 2{,}40\,\mathrm{mm}$; $\gamma_\mathrm{F} = 1{,}5^\circ$

$$\begin{aligned} s_\mathrm{F} &= R \cdot \gamma_\mathrm{F} \\ &= 2{,}40\,\mathrm{mm} \cdot 1{,}5^\circ \\ &= 2{,}40\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}02618 \\ &\approx 0{,}063\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La punta del diente cae libremente 0,063 mm. Es aproximadamente el grosor de un cabello.

Arco suplementario del volante

(5.5) MAESTRO

$$\varphi_\mathrm{E} = A - \frac{\lambda}{2}$$

Fuera del ángulo de levantamiento el volante oscila libre, sin contacto con el áncora. Recorre este arco suplementario dos veces en cada semioscilación: descendiendo hasta el impulso y, tras el impulso, ascendiendo hasta el punto de retorno.

Validez: escapes libres (de áncora y de cronómetro); ángulo de levantamiento simétrico respecto a la posición de reposo, es decir, error de batido bien ajustado.

φ_E	Arco suplementario (del final del impulso al punto de retorno)	°
A	Amplitud (de la posición de reposo al punto de retorno)	°
λ	Ángulo de levantamiento (del volante; liberación e impulso juntos)	°

EJEMPLO Un volante oscila con 270° de amplitud y el ángulo de levantamiento es de 52°. ¿Cuál es el arco suplementario?

Datos: $A = 270^\circ$; $\lambda = 52^\circ$

$$\begin{aligned} \varphi_\mathrm{E} &= A - \frac{\lambda}{2} \\ &= 270^\circ - \frac{52^\circ}{2} \\ &= 244^\circ \end{aligned}$$

A cada lado el volante oscila libre 244°. De los 540° de una semioscilación solo 52° corresponden al impulso; en aproximadamente el 90 % de su recorrido el volante no sufre perturbación.

Regla: En cada alternancia la rueda de escape avanza medio paso: primero el impulso, después la caída.

5.2 Escape de áncora suizo: geometría

El escape de áncora suizo trabaja en casi todos los relojes mecánicos de pulsera y de bolsillo. Su áncora abarca 2,5 pasos de la rueda. El centro del áncora se encuentra en la intersección de las dos tangentes al círculo de la rueda en los puntos de contacto. Así, en el reposo la presión del diente actúa a lo largo del brazo del áncora y no la hace girar. Solo el tiro da al plano de reposo una pequeña inclinación.

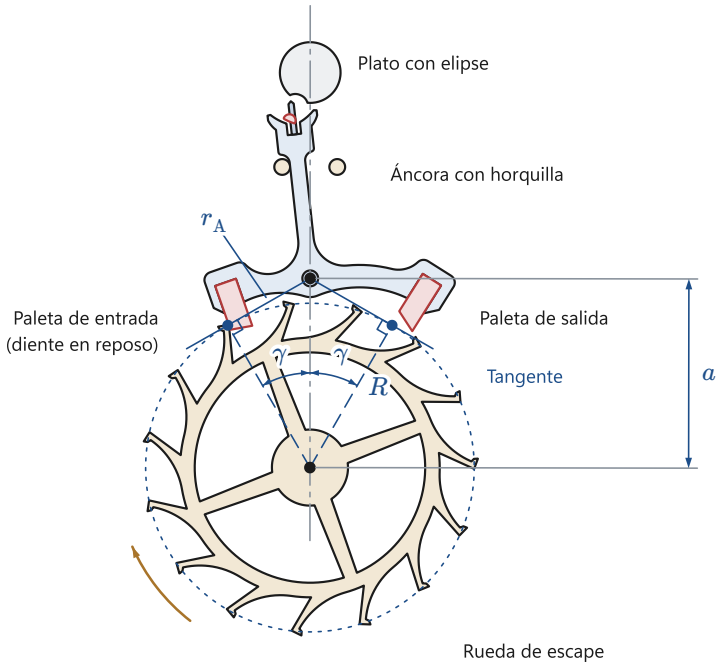


Fig. 5.4 Escape de áncora suizo según el modelo, diente en reposo sobre la paleta de entrada: el centro del áncora está en la intersección de las tangentes; con 15 dientes $\gamma = 30^\circ$

Abarque del áncora

(5.6) MAESTRO

$$\gamma = \frac{k \cdot 180^\circ}{z}$$

El áncora abarca k pasos de la rueda. Como siempre hay una paleta engranada cuando la otra está libre, el abarque termina en medio paso: 2,5 pasos en el reloj pequeño, de 6,5 a 10,5 en los relojes de péndulo. Se calcula con el medio ángulo de abarque γ.

Validez: puntos de contacto simétricos respecto a la línea que une los ejes de la rueda y del áncora.

γ	Medio ángulo de abarque (medido en el eje de la rueda)	°
k	Abarque en pasos (2,5 en el escape de áncora suizo)	1
z	Número de dientes (de la rueda de escape)	1

EJEMPLO ¿Cuál es el medio ángulo de abarque con 15 dientes y un abarque de 2,5 pasos?

Datos: $k = 2{,}5$; $z = 15$

$$\gamma = \frac{k \cdot 180^\circ}{z} = \frac{2{,}5 \cdot 180^\circ}{15} = 30^\circ$$

El áncora abarca 60°, 30° a cada lado de la línea central.

Distancia entre centros de rueda y áncora

(5.7) MAESTRO

$$a = \frac{R}{\cos \gamma}$$

El eje de la rueda, el punto de contacto y el eje del áncora forman un triángulo rectángulo con el ángulo recto en el punto de contacto. Cuanto mayor es el abarque, más se aleja el áncora de la rueda.

Validez: engrane tangencial: la línea del centro del áncora al punto de contacto es tangente al círculo de la rueda. R llega hasta los puntos sobre los que se construye: según el tipo, las aristas de reposo o los centros de los planos de impulso.

a	Distancia entre centros (de rueda de escape y áncora)	mm
R	Radio (de la rueda de escape; hasta los puntos de contacto)	mm
γ	Medio ángulo de abarque (medido en el eje de la rueda)	°

EJEMPLO Una rueda de escape de 15 dientes tiene 2,40 mm de radio y el áncora abarca 2,5 pasos. ¿Cuál es la distancia entre centros?

Datos: $R = 2{,}40\,\mathrm{mm}; \quad \gamma = 30°$

$$\begin{aligned} a &= \frac{R}{\cos \gamma} \\ &= \frac{2{,}40\,\mathrm{mm}}{\cos\left(30°\right)} \\ &\approx 2{,}77\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Los ejes están a 2,77 mm. Con 15 dientes y 2,5 pasos siempre se cumple $a = 1{,}155 \cdot R$.

Longitud del brazo del áncora

(5.8) AMPLIACIÓN

$$r_{\mathrm{A}} = R \cdot \tan \gamma$$

El brazo del áncora es el tramo de tangente desde el centro del áncora hasta el punto de contacto. Con él, un ángulo del áncora se convierte en recorrido de la paleta.

Validez: engrane tangencial, como en la distancia entre centros.

r_{A}	Brazo del áncora (del centro del áncora al punto de contacto)	mm
R	Radio (de la rueda de escape; hasta los puntos de contacto)	mm
γ	Medio ángulo de abarque (medido en el eje de la rueda)	°

EJEMPLO ¿Qué longitud tiene el brazo del áncora para una rueda de 2,40 mm de radio y 30° de medio ángulo de abarque?

Datos: $R = 2{,}40\,\mathrm{mm}; \quad \gamma = 30°$

$$\begin{aligned} r_{\mathrm{A}} &= R \cdot \tan \gamma \\ &= 2{,}40\,\mathrm{mm} \cdot \tan\left(30°\right) \\ &\approx 1{,}39\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El brazo del áncora mide 1,39 mm. Un reposo de 1,5° en el áncora equivale ahí a un recorrido de la paleta de solo 0,036 mm.

Distancia entre los puntos de contacto

(5.9) AMPLIACIÓN

$$l_\mathrm{P} = 2 \cdot R \cdot \sin\gamma$$

La cuerda entre los puntos de contacto es la abertura con la que el áncora abraza la rueda. Con ella se comprueba si un áncora corresponde a la rueda.

Validez: puntos de contacto sobre el círculo de la rueda de radio R, simétricos respecto a la línea central.

l_P	Distancia entre los dos puntos de contacto (cuerda en el círculo de la rueda)	mm
R	Radio (de la rueda de escape; hasta los puntos de contacto)	mm
γ	Medio ángulo de abarque (medido en el eje de la rueda)	°

EJEMPLO ¿A qué distancia están los puntos de contacto con 2,40 mm de radio de la rueda y 30° de medio ángulo de abarque?

Datos: $R = 2{,}40\,\mathrm{mm}; \quad \gamma = 30^\circ$

$$\begin{aligned} l_\mathrm{P} &= 2 \cdot R \cdot \sin\gamma \\ &= 2 \cdot 2{,}40\,\mathrm{mm} \cdot \sin(30^\circ) \\ &= 2{,}40\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La distancia es igual al radio de la rueda: con 60° de abarque, el eje de la rueda y los dos puntos de contacto forman un triángulo equilátero.

Regla: Con 15 dientes y un abarque de 2,5 pasos, la distancia entre centros es 1,155 veces el radio de la rueda y los puntos de contacto distan exactamente un radio de la rueda.

Ángulos del escape de áncora suizo de 15 dientes (valores orientativos)

Magnitud	Símbolo	Valor orientativo
Paso de la rueda	τ	24°
Abarque del áncora	2γ	2,5 pasos = 60°
Caída	γ_F	1° … 1,5°
Impulso en la rueda	γ_H	10,5° … 11°
Reposo en el áncora	β_R	1,5°
Recorrido perdido	β_V	0,25° … 0,5°
Impulso en el áncora	β_H	8,5°
Ángulo de tiro	ψ	12° … 15°
Ángulo de levantamiento del volante	λ	normalmente 49° … 53°; en calibres antiguos de pulsera y de bolsillo a menudo menor, unos 38° … 46°

Con diente de maza, el impulso en el áncora se reparte entre el plano de impulso de la paleta y el del diente. Siempre son determinantes los datos del fabricante; en el ángulo de levantamiento, también para el cronocomparador (sección 6.2).

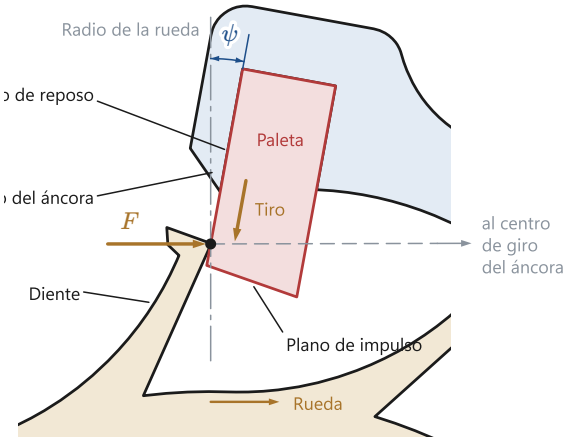


Fig. 5.5 Paleta de entrada en reposo: el plano de reposo está inclinado el ángulo de tiro ψ respecto al radio de la rueda; la presión F del diente atrae la paleta hacia la rueda

Tiro: el ángulo de rozamiento como límite

(5.10) MAESTRO

$$\rho = \arctan \mu$$

El plano de reposo está inclinado el ángulo de tiro ψ. Así la presión del diente atrae la paleta hacia el interior de la rueda y mantiene el áncora contra el tope, también en caso de golpes. Esto solo funciona si ψ es mayor que el ángulo de rozamiento ρ. De lo contrario, el rozamiento retiene la paleta donde se encuentre. El ángulo de rozamiento en general figura en la fórmula (XL 2.33).

Validez: engrane tangencial; ψ medido entre el plano de reposo y el radio de la rueda en el punto de contacto.

ρ	Ángulo de rozamiento (el ángulo de tiro debe ser mayor)	°
μ	Coeficiente de rozamiento (entre diente y plano de reposo)	1

Atención: Demasiado tiro cuesta amplitud: al liberar, el volante debe hacer retroceder un poco la rueda contra su par.

EJEMPLO El acero sobre rubí lubricado tiene un coeficiente de rozamiento de unos 0,15. ¿Cuál es el ángulo de rozamiento?

Datos: $\mu = 0{,}15$

$$\begin{aligned}\rho &= \arctan \mu \\ &= \arctan 0{,}15 \\ &\approx 8{,}5^\circ\end{aligned}$$

El ángulo de rozamiento es de 8,5°. Con los habituales 12° a 15° de tiro queda reserva, aunque el aceite envejezca.

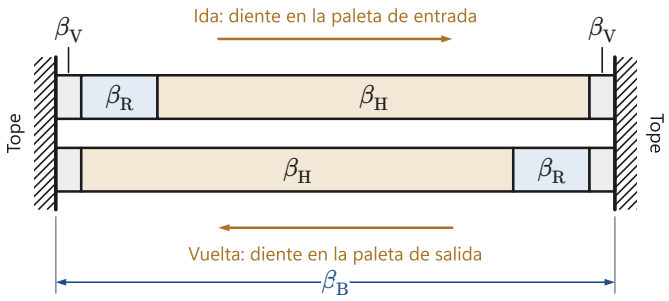


Fig. 5.6 Recorrido del áncora entre los topes, dibujado para $\beta_V = 0{,}5^\circ$, $\beta_R = 1{,}5^\circ$ y $\beta_H = 8{,}5^\circ$

Recorrido del áncora entre los topes

(5.11) MAESTRO

$$\beta_B = \beta_R + \beta_H + 2 \cdot \beta_V$$

Desde el tope, el áncora recorre primero todo el reposo y después el impulso. Tras la caída, el tiro la lleva todavía el recorrido perdido hasta el otro tope. El recorrido perdido garantiza que el diente caiga con seguridad sobre el plano de reposo; cuenta a ambos lados.

Validez: El reposo total antes de la liberación es $\beta_R + \beta_V$. Ambas paletas ajustadas por igual.

β_B	Recorrido del áncora de tope a tope	°
β_R	Reposo (inmediatamente después de la caída)	°
β_H	Impulso en el áncora	°
β_V	recorrido perdido	°

EJEMPLO Un áncora tiene 1,5° de reposo, 8,5° de impulso y 0,5° de recorrido perdido. ¿Cuánto gira de tope a tope?

Datos: $\beta_R = 1{,}5°$; $\beta_H = 8{,}5°$; $\beta_V = 0{,}5°$

$$\begin{aligned}\beta_B &= \beta_R + \beta_H + 2 \cdot \beta_V \\ &= 1{,}5° + 8{,}5° + 2 \cdot 0{,}5° \\ &= 11°\end{aligned}$$

El áncora gira 11°. Sin recorrido perdido serían los 10° que se citan a menudo.

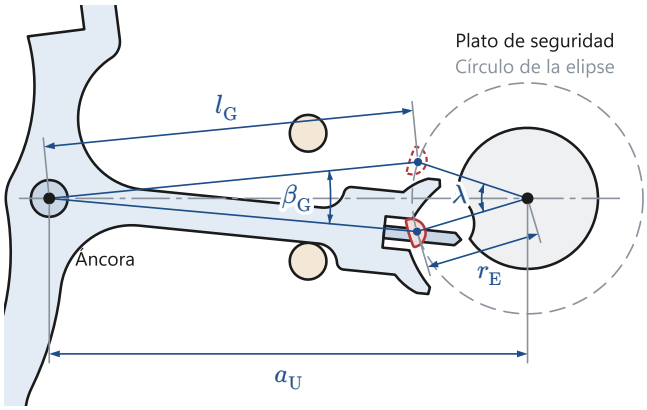


Fig. 5.7 Horquilla, plato de seguridad y elipse según el modelo ($\beta_G \approx 11^\circ$, $\lambda \approx 35^\circ$): elipse a la entrada (llena) y a la salida (discontinua)

Horquilla y elipse: longitudes y ángulos

(5.12) MAESTRO

$$l_{\mathrm{G}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right) = r_{\mathrm{E}} \cdot \sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)$$

DESPEJADA $$r_{\mathrm{E}} = \frac{l_{\mathrm{G}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)}$$

A la entrada y a la salida, la elipse está a la vez sobre su círculo alrededor del eje del volante y en la entalla de la horquilla. Su distancia a la línea central es la misma vista desde ambos ejes; eso expresa la ecuación. Una horquilla larga y un radio de elipse pequeño dan un ángulo de levantamiento grande del volante.

Validez: elipse como punto sobre la línea central de la entalla de la horquilla; anchura de la elipse y juego en la horquilla despreciados. Entonces β_{G} es igual al recorrido del áncora entre los topes.

l_{G}	Longitud de la horquilla (eje del áncora a elipse a la entrada)	mm
β_{G}	Ángulo del áncora mientras la elipse está en la horquilla (unos 10°)	°
r_{E}	Radio de la elipse respecto al eje del volante	mm
λ	Ángulo de levantamiento (del volante; liberación e impulso juntos)	°

EJEMPLO Una horquilla mide 2,89 mm. El áncora gira 10° mientras la elipse está en la horquilla; el volante debe tener 52° de ángulo de levantamiento. ¿A qué radio debe estar la elipse?

Datos: $l_{\mathrm{G}} = 2{,}89\,\mathrm{mm}$; $\beta_{\mathrm{G}} = 10°$; $\lambda = 52°$

$$r_{\mathrm{E}} = \frac{l_{\mathrm{G}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)}$$

$$= \frac{2{,}89\,\mathrm{mm} \cdot \sin\left(\frac{10°}{2}\right)}{\sin\left(\frac{52°}{2}\right)}$$

$$\approx 0{,}575\,\mathrm{mm}$$

La elipse está a 0,575 mm del eje del volante. La horquilla es unas cinco veces más larga que este radio.

Radio de la elipse a partir de la distancia entre centros

(5.13) AMPLIACIÓN

$$r_{\mathrm{E}} = \frac{a_{\mathrm{U}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda + \beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}$$

r_{E}	Radio de la elipse respecto al eje del volante	mm
a_{U}	Distancia entre centros de áncora y volante	mm
β_{G}	Ángulo del áncora mientras la elipse está en la horquilla (unos 10°)	°
λ	Ángulo de levantamiento (del volante; liberación e impulso juntos)	°

En el diseño se conocen la distancia entre centros y los ángulos. El teorema del seno en el triángulo formado por el eje del áncora, el eje del volante y la elipse da el radio al que debe situarse la elipse.

Validez: como arriba: elipse como punto, sin juego en la horquilla.

EJEMPLO El áncora y el volante están a 3,40 mm. El áncora gira 10° y el volante debe tener 52° de ángulo de levantamiento. ¿Cuál es el radio de la elipse?

Datos: $a_{\mathrm{U}} = 3{,}40\,\mathrm{mm}$; $\beta_{\mathrm{G}} = 10°$; $\lambda = 52°$

$$r_{\mathrm{E}} = \frac{a_{\mathrm{U}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda + \beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}$$

$$= \frac{3{,}40\,\mathrm{mm} \cdot \sin\left(\frac{10°}{2}\right)}{\sin\left(\frac{52° + 10°}{2}\right)}$$

$$\approx 0{,}575\,\mathrm{mm}$$

La elipse se sitúa a un radio de 0,575 mm.

Longitud de la horquilla a partir de la distancia entre centros

(5.14) AMPLIACIÓN

$$l_{\mathrm{G}} = \frac{a_{\mathrm{U}} \cdot \sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda + \beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}$$

l_{G}	Longitud de la horquilla (eje del áncora a elipse a la entrada)	mm
a_{U}	Distancia entre centros de áncora y volante	mm
λ	Ángulo de levantamiento (del volante; liberación e impulso juntos)	°
β_{G}	Ángulo del áncora mientras la elipse está en la horquilla (unos 10°)	°

El mismo triángulo da la longitud de la horquilla. La longitud de la horquilla y el radio de la elipse suman algo más que la distancia entre centros, porque a la entrada ambos están oblicuos respecto a la línea central.

Validez: como arriba: elipse como punto, sin juego en la horquilla.

EJEMPLO ¿Qué longitud debe tener la horquilla con 3,40 mm de distancia entre centros, 10° de ángulo del áncora y 52° de ángulo de levantamiento?

Datos: $a_{\mathrm{U}} = 3{,}40\,\mathrm{mm}$; $\lambda = 52°$; $\beta_{\mathrm{G}} = 10°$

$$\begin{aligned} l_{\mathrm{G}} &= \frac{a_{\mathrm{U}} \cdot \sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda + \beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)} \\ &= \frac{3{,}40\,\mathrm{mm} \cdot \sin\left(\frac{52°}{2}\right)}{\sin\left(\frac{52° + 10°}{2}\right)} \\ &\approx 2{,}89\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La horquilla mide 2,89 mm. Comprobación sobre la línea central: $2{,}89 \cdot \cos 5° + 0{,}575 \cdot \cos 26° = 3{,}40$.

Relación de transmisión entre horquilla y volante

(5.15) AMPLIACIÓN

$$i_{\mathrm{G}} = \frac{a_{\mathrm{U}} - r_{\mathrm{E}}}{r_{\mathrm{E}}}$$

i_{G}	Relación de transmisión en la posición central (velocidad angular del volante entre la del áncora)	1
a_{U}	Distancia entre centros de áncora y volante	mm
r_{E}	Radio de la elipse respecto al eje del volante	mm

En la posición central la horquilla toca la elipse sobre la línea que une los ejes. Allí el volante gira i_{G} veces más rápido que el áncora y, sin rozamiento, llega al volante la i_{G}-ésima parte del par del áncora. Promediada sobre todo el impulso, la relación de transmisión es $\frac{\lambda}{\beta_{\mathrm{G}}}$.

Validez: posición central; a la entrada y a la salida la relación de transmisión es mayor.

EJEMPLO ¿Cuál es la relación de transmisión con 3,40 mm de distancia entre centros y 0,575 mm de radio de la elipse?

Datos: $a_{\mathrm{U}} = 3{,}40\,\mathrm{mm}$; $r_{\mathrm{E}} = 0{,}575\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} i_{\mathrm{G}} &= \frac{a_{\mathrm{U}} - r_{\mathrm{E}}}{r_{\mathrm{E}}} \\ &= \frac{3{,}40\,\mathrm{mm} - 0{,}575\,\mathrm{mm}}{0{,}575\,\mathrm{mm}} \\ &\approx 4{,}91 \end{aligned}$$

En la posición central la relación es 4,91; en promedio sobre el impulso, 52° a 10°, es decir, 5,2.

5.3 Fuerza y energía

En cada alternancia la rueda de escape entrega trabajo. Solo una parte llega al volante; el resto se pierde en la caída, en el rozamiento sobre los planos de impulso y en los choques. También la liberación cuesta energía: el volante debe sacar la paleta de la rueda venciendo el rozamiento y el tiro.

En régimen estacionario, el escape aporta al volante en cada oscilación exactamente la energía que este pierde por rozamiento. De ahí resulta la amplitud. Como en el capítulo 2, M_{H} es el par en la rueda de escape.

Trabajo de la rueda de escape por alternancia

(5.16) MAESTRO

$$W_{\mathrm{S}} = \frac{M_{\mathrm{H}} \cdot \pi}{z}$$

W_{S}	Trabajo de la rueda de escape por alternancia	$\mu\mathrm{J}$
M_{H}	Par en la rueda de escape	$\mu\mathrm{N{\cdot}m}$
z	Número de dientes (de la rueda de escape)	1

El trabajo es par por ángulo de giro. En cada alternancia la rueda gira medio paso, en radianes $\frac{\pi}{z}$. En ninguna alternancia puede el escape transmitir más que este trabajo.

Validez: par constante durante el avance. M_{H} es el par que llega a la rueda de escape tras las pérdidas del tren de engranajes (capítulo 2).

EJEMPLO A una rueda de escape de 20 dientes llegan 1,6 µN·m. ¿Qué trabajo entrega la rueda por alternancia?

Datos: $M_{\mathrm{H}} = 1{,}6\,\mu\mathrm{N{\cdot}m}; \quad z = 20$

$$W_{\mathrm{S}} = \frac{M_{\mathrm{H}} \cdot \pi}{z} = \frac{1{,}6\,\mu\mathrm{N{\cdot}m} \cdot \pi}{20} \approx 0{,}251\,\mu\mathrm{J}$$

En cada alternancia hay disponibles 0,25 µJ. Con 8 alternancias por segundo son 2 µW. Este es el orden de magnitud de la potencia en la rueda de escape de un reloj de pulsera.

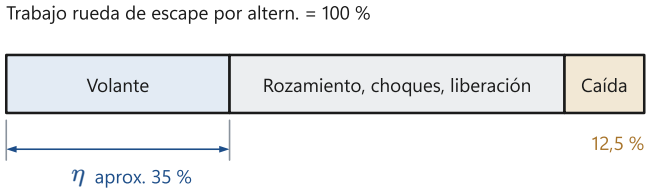


Fig. 5.8 Adónde va el trabajo de la rueda de escape (valores orientativos para el escape de áncora suizo)

Pérdida por la caída

(5.17) MAESTRO

$$v_{\mathrm{F}} = \frac{\gamma_{\mathrm{F}} \cdot z}{180^\circ}$$

En la caída la rueda gira sin impulsar. La fracción de la caída en el medio paso es, por tanto, la fracción del trabajo de la rueda que se disipa en el golpe sobre el plano de reposo.

Validez: par constante en la rueda.

v_{F}	Fracción del trabajo de la rueda que se pierde en la caída	%
γ_{F}	Caída (ángulo de giro libre de la rueda)	°
z	Número de dientes (de la rueda de escape)	1

EJEMPLO ¿Qué parte del trabajo de la rueda se pierde en la rueda de la sección 5.1 (15 dientes, 1,5° de caída)?

Datos: $\gamma_{\mathrm{F}} = 1{,}5^\circ$; $z = 15$

$$\begin{aligned} v_{\mathrm{F}} &= \frac{\gamma_{\mathrm{F}} \cdot z}{180^\circ} \\ &= \frac{1{,}5^\circ \cdot 15}{180^\circ} \\ &= 12{,}5\,\% \end{aligned}$$

Solo por la caída se pierde un octavo del trabajo. Por eso la caída se mantiene tan pequeña como lo permite la seguridad. En la rueda de 20 dientes del ejemplo anterior, con la misma caída, serían ya el 16,7 %.

Rendimiento del escape

(5.18) MAESTRO

$$\eta = \frac{W_{\mathrm{U}}}{W_{\mathrm{S}}}$$

El rendimiento indica qué parte del trabajo de la rueda llega al volante. En el escape de áncora suizo en funcionamiento es de un 30 % a un 40 % (valor orientativo). El resto se pierde en la caída, en el rozamiento de deslizamiento sobre los planos de impulso, en los choques y en la aceleración de la rueda y el áncora.

Validez: régimen estacionario, es decir, amplitud constante.

η	Rendimiento (del escape)	1
W_{U}	Trabajo aportado al volante por alternancia (impulso menos liberación)	µJ
W_{S}	Trabajo de la rueda de escape por alternancia	µJ

EJEMPLO La rueda de escape entrega 0,251 µJ por alternancia y al volante llegan 0,088 µJ. ¿Cuál es el rendimiento?

Datos: $W_{\mathrm{U}} = 0{,}088\,\mu\mathrm{J}$; $W_{\mathrm{S}} = 0{,}251\,\mu\mathrm{J}$

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{W_{\mathrm{U}}}{W_{\mathrm{S}}} \\ &= \frac{0{,}088\,\mu\mathrm{J}}{0{,}251\,\mu\mathrm{J}} \\ &\approx 0{,}35 \end{aligned}$$

El rendimiento es 0,35, es decir, el 35 %. Es un valor habitual.

Amplitud a partir del balance energético

(5.19) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$A \approx \sqrt{\frac{2 \cdot \eta \cdot M_{\mathrm{H}} \cdot Q}{z \cdot D}}$$

A	Amplitud (en régimen estacionario)	°
η	Rendimiento (del escape)	1
M_{H}	Par en la rueda de escape	$\mu\mathrm{N{\cdot}m}$
Q	Factor de calidad (del volante con espiral)	1
z	Número de dientes (de la rueda de escape)	1
D	Par recuperador (del espiral)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$

En régimen estacionario, la energía que dos alternancias aportan al volante es igual a su pérdida en una oscilación. Esta pérdida crece con el cuadrado de la amplitud. Por eso la amplitud solo aumenta con la raíz del par: el doble de par da 1,4 veces la amplitud, no el doble.

Validez: Q y η supuestos constantes; en realidad ambos cambian algo con la amplitud. El factor de calidad es 2π por la energía de oscilación dividida entre la pérdida por oscilación (capítulo 3). La fórmula da A en radianes.

EJEMPLO Un movimiento de 28 800 semioscilaciones por hora tiene una rueda de escape de 20 dientes a la que llegan 1,6 µN·m. El par recuperador del espiral es de 0,632 µN·m por radián, el factor de calidad 250 y el rendimiento del escape 0,35. ¿Qué amplitud se establece?

Datos: $\eta = 0{,}35$; $M_{\mathrm{H}} = 1{,}6\,\mu\mathrm{N{\cdot}m}$; $Q = 250$; $z = 20$; $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$

$$A \approx \sqrt{\frac{2 \cdot \eta \cdot M_{\mathrm{H}} \cdot Q}{z \cdot D}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}35 \cdot 1{,}6\,\mu\mathrm{N{\cdot}m} \cdot 250}{20 \cdot 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}}}$$

$$\approx 4{,}71\,\mathrm{rad}$$

$$\approx 270^\circ$$

El volante oscila con unos 270°. Si el par cae a la mitad al final de la autonomía, la amplitud baja a unos 190°.

5.4 El escape en el cronocomparador

El cronocomparador escucha el escape. Cada alternancia del escape de áncora consta de tres ruidos. En el primero la elipse golpea la horquilla y comienza la liberación. En el segundo el diente golpea el plano de impulso y la horquilla la elipse: comienza el impulso. En el tercero el diente siguiente cae sobre el plano de reposo y el áncora contra el tope. A partir de los tiempos entre estos ruidos el aparato calcula la amplitud y el error de batido. Las fórmulas, con ejemplos y valores orientativos, están en la sección 6.2; aquí solo se trata lo que depende del escape.

Amplitud. Entre el primer y el tercer ruido el volante recorre su ángulo de levantamiento λ, la mitad antes y la mitad después de la posición de reposo. Cuanto mayor es la amplitud, más rápido pasa el volante por allí y más corto es este tiempo de levantamiento. El cronocomparador mide el tiempo de levantamiento y, con el ángulo de levantamiento ajustado, calcula la amplitud, fórmula (6.9). El ángulo de levantamiento es una magnitud de construcción del escape (sección 5.2). Si está mal ajustado en el aparato, la amplitud indicada es errónea en la misma proporción, fórmula (6.10).

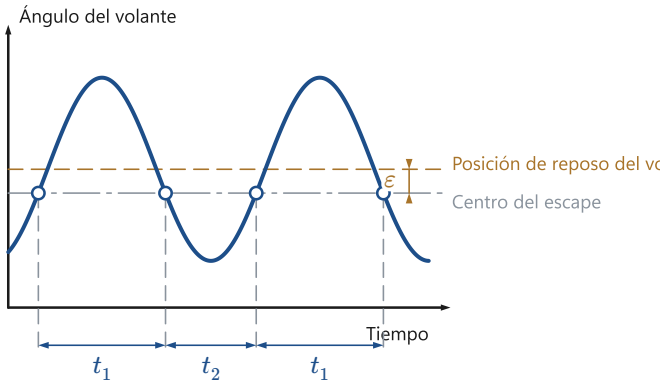


Fig. 5.9 Error de batido: si la posición de reposo del volante está desplazada ε respecto al centro del escape, se alternan semioscilaciones largas y cortas (muy exagerado)

Error de batido. Si la posición de reposo del volante está desplazada el ángulo ε respecto al centro del escape, la semioscilación hacia un lado dura más que hacia el otro (fig. 5.9): el reloj cojea. El cronocomparador muestra la mitad de la diferencia de tiempo como error de batido en milisegundos, fórmula (6.7). Cómo se calcula a partir de ahí el ángulo ε figura en la fórmula (6.8). La corrección se hace en el volante: se gira la virola o el portapitón móvil el ángulo ε hasta que, con el volante en reposo, la elipse quede sobre la línea que une el eje del áncora y el eje del volante.

5.5 Escapes del reloj grande

En los relojes de péndulo trabajan escapes de áncora de reposo y de retroceso. En el escape Graham los planos de reposo son arcos de círculo con centro en el eje del áncora: mientras un diente descansa sobre ellos, la rueda está parada. En el escape de áncora de retroceso los planos de reposo están inclinados; el péndulo hace retroceder un poco la rueda en el arco suplementario, de ahí su nombre. El escape de clavijas de los relojes grandes lleva clavijas en la llanta de la rueda en lugar de dientes y, como el escape Graham, es un escape de reposo.

Paso, avance, abarque, distancia entre centros y brazo del áncora se calculan para todos estos escapes con las fórmulas de las secciones 5.1 y 5.2.

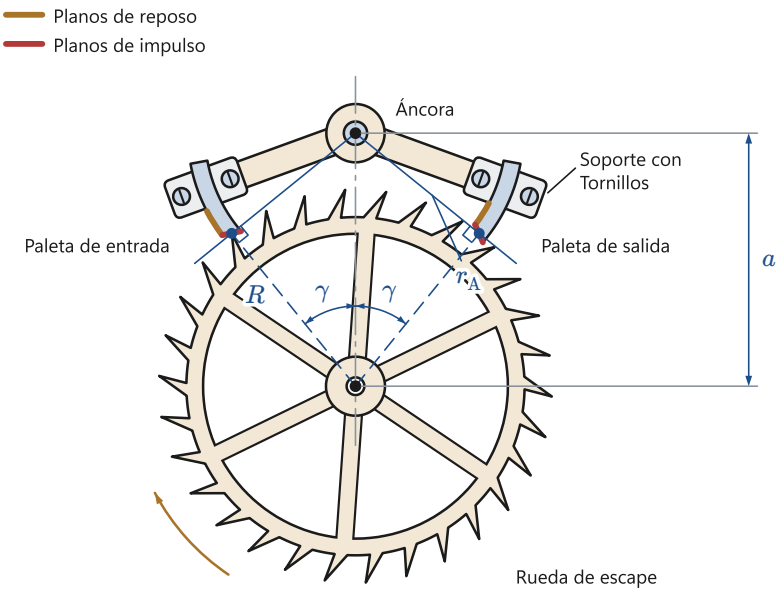


Fig. 5.10 Escape Graham con 30 dientes y abarque de 6,5 pasos: los planos de reposo son arcos de círculo con centro en el eje del áncora

Distancia entre centros y brazo del áncora con engrane tangencial

Número de dientes z	Abarque k en pasos	Ángulo de abarque 2γ	Distancia entre centros a en múltiplos de R	Brazo del áncora r_A en múltiplos de R
15	2,5	60°	1,155	0,577
30	6,5	78°	1,287	0,810
30	7,5	90°	1,414	1,000
30	8,5	102°	1,589	1,235
30	9,5	114°	1,836	1,540
30	10,5	126°	2,203	1,963

Primera fila: escape de áncora suizo. Las demás filas valen para relojes de péndulo con 30 dientes; cuanto mayor es el abarque, más largo el brazo del áncora y menor el ángulo del áncora con el mismo plano de impulso.

Anchura de las paletas del escape Graham

(5.20) MAESTRO

$$b_\mathrm{K} = R \cdot \left(\frac{\pi}{z} - \gamma_\mathrm{F} \right)$$

Entre dos puntas de diente debe caber alternativamente una paleta. Para la paleta queda, por tanto, el medio paso menos la caída. Esa es la anchura del anillo alrededor del eje del áncora del que se cortan ambas paletas.

Validez: dientes puntiagudos; engrane tangencial. Ángulo en radianes: el medio paso es $\frac{\pi}{z}$, y $1^\circ = 0{,}01745\,\mathrm{rad}$.

b_K	Anchura de la paleta, medida en la periferia de la rueda	mm
R	Radio (de la rueda de escape; hasta las puntas de los dientes)	mm
z	Número de dientes (de la rueda de escape)	1
γ_F	Caída (introducir como ángulo en radianes)	rad

EJEMPLO Una rueda de escape de 30 dientes tiene 20 mm de radio. La caída debe ser de 1°. ¿Qué anchura tendrán las paletas?

Datos: $R = 20\,\mathrm{mm}$; $z = 30$; $\gamma_\mathrm{F} = 1^\circ$

$$\begin{aligned} b_\mathrm{K} &= R \cdot \left(\frac{\pi}{z} - \gamma_\mathrm{F} \right) \\ &= 20\,\mathrm{mm} \cdot \left(\frac{\pi}{30} - 1^\circ \right) \\ &= 20\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}1047 - 0{,}0175) \\ &\approx 1{,}75\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Las paletas tendrán 1,75 mm de anchura. Un grado de caída equivale en esta rueda a 0,35 mm de juego.

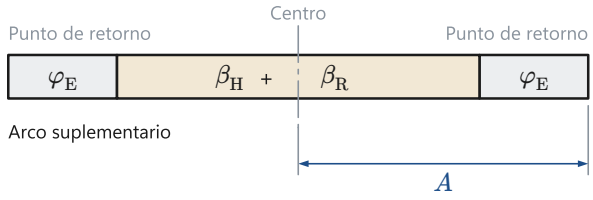


Fig. 5.11 Amplitud del péndulo en el escape Graham: en el centro, impulso y reposo; fuera, el arco suplementario φ_E

Arco suplementario del péndulo

(5.21) MAESTRO

$$\varphi_E = A - \frac{\beta_H + \beta_R}{2}$$

El áncora acompaña cada movimiento del péndulo. En el centro de la amplitud están el impulso y el reposo, con una anchura total de $\beta_H + \beta_R$. Lo que el péndulo oscila más allá a cada lado es el arco suplementario. En él el diente se desliza sobre el plano de reposo.

φ_E	Arco suplementario (a cada lado)	°
A	Amplitud (del péndulo, del centro al punto de retorno)	°
β_H	Impulso en el áncora	°
β_R	Reposo (en el áncora)	°

Validez: áncora centrada (batido regular), horquilla del áncora sin juego. El péndulo debe oscilar más de $\frac{1}{2}(\beta_H + \beta_R)$; de lo contrario no escapa ningún diente y el reloj se para.

Conviene saber: Valores orientativos para escapes Graham con péndulo de segundos: impulso en el áncora de 1° a 2°, reposo de 0,5° a 1°. Un arco suplementario grande cuesta rozamiento en los planos de reposo.

EJEMPLO Un péndulo oscila 1,75° a cada lado. El áncora Graham tiene 1,5° de impulso y 0,5° de reposo. ¿Cuál es el arco suplementario?

Datos: $A = 1{,}75°$; $\beta_H = 1{,}5°$; $\beta_R = 0{,}5°$

$$\varphi_E = A - \frac{\beta_H + \beta_R}{2}$$
$$= 1{,}75° - \frac{1{,}5° + 0{,}5°}{2}$$
$$= 0{,}75°$$

A cada lado el péndulo oscila 0,75° más allá del impulso y el reposo. Esta reserva absorbe las variaciones de la fuerza motriz.

5.6 Otros escapes

Para los demás escapes bastan unas pocas magnitudes básicas. El paso y el número de alternancias se calculan en todos según la sección 5.1; la tabla muestra en qué se diferencian los tipos.

Resumen de escapes

Escape	Tipo	Impulsos por oscilación	Avance de la rueda por impulso
Escape de áncora suizo	libre	2	medio paso
Escape de áncora de clavijas	libre	2	medio paso
Escape de cronómetro	libre	1	paso completo
Escape de cilindro	de reposo	2	medio paso
Escape de rueda catalina	de retroceso	2	medio paso
Escape Graham	de reposo	2	medio paso
Escape de clavijas del reloj grande	de reposo	2	medio paso
Escape de áncora de retroceso	de retroceso	2	medio paso

Libre: fuera del impulso, el órgano regulador oscila sin contacto con el escape. De reposo: durante el arco suplementario un diente se apoya en el órgano regulador o en el áncora, y la rueda está parada. De retroceso: la rueda gira un poco hacia atrás durante ese tiempo.

El escape de cronómetro impulsa el volante solo en un sentido de oscilación, pero a cambio a lo largo de todo el paso de la rueda. En el sentido contrario, la piedra de desenganche pasa junto al resorte de oro sin liberar la rueda. Para el número de alternancias vale igualmente la fórmula (5.2), porque también aquí pasa un diente por oscilación.

En el escape de cilindro la rueda trabaja sin áncora directamente sobre el eje del volante, un cilindro hueco recortado. El diente reposa alternativamente por fuera y por dentro de la pared del cilindro; el volante nunca oscila libre.

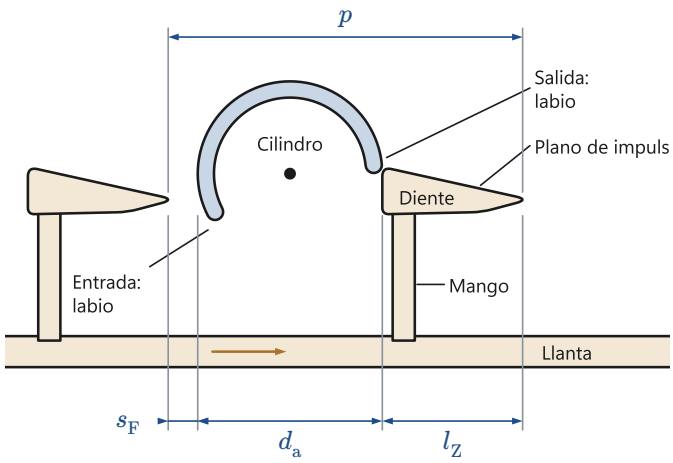


Fig. 5.12 Escape de cilindro con el círculo primitivo desarrollado, en el instante en que el diente derecho sale del cilindro: el paso p se compone de caída, diámetro del cilindro y longitud del diente

Escape de cilindro: paso, longitud del diente y cilindro

(5.22) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot R}{z} \approx l_Z + d_a + s_F$$

DESPEJADA $$d_a \approx \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{z} - l_Z - s_F$$

A la izquierda figura el paso p de la rueda en la periferia. Entre dos dientes debe caber el cilindro con su diámetro exterior, más la caída exterior. Dentro del cilindro debe caber el diente: el diámetro interior supera la longitud del diente en la caída interior.

Validez: círculo primitivo considerado como recta (arco en lugar de cuerda).

R	Radio (de la rueda de cilindro; hasta las puntas de los dientes)	mm
z	Número de dientes (de la rueda de escape)	1
l_Z	Longitud de un diente	mm
d_a	Diámetro exterior del cilindro	mm
s_F	Caída como recorrido (caída exterior)	mm

EJEMPLO Una rueda de cilindro de 15 dientes tiene 2,50 mm de radio, los dientes miden 0,45 mm y la caída exterior debe ser de 0,05 mm. ¿Qué diámetro exterior puede tener el cilindro?

Datos: $R = 2{,}50\,\text{mm}$; $z = 15$; $l_Z = 0{,}45\,\text{mm}$; $s_F = 0{,}05\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} d_a &\approx \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{z} - l_Z - s_F \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot 2{,}50\,\text{mm}}{15} - 0{,}45\,\text{mm} - 0{,}05\,\text{mm} \\ &= 1{,}047\,\text{mm} - 0{,}45\,\text{mm} - 0{,}05\,\text{mm} \\ &\approx 0{,}55\,\text{mm} \end{aligned}$$

El cilindro puede medir 0,55 mm por fuera. Con 0,04 mm de espesor de pared quedan 0,47 mm por dentro, es decir, 0,02 mm de caída interior.

6 Control de marcha y medición

Si un reloj marcha bien lo decide la medición. Dos conceptos sostienen todo el capítulo: el estado indica cuánto se aparta el reloj de la hora correcta; la marcha indica a qué velocidad cambia el estado. El estado se lee; la marcha se calcula a partir de él o se mide en menos de un minuto en el cronocomparador.

El cronocomparador da además la amplitud y el error de batido (beat error). Se mide en varias posiciones y con distintos estados de cuerda, porque solo las diferencias muestran dónde está un defecto. En este capítulo S designa el estado y D la diferencia entre posiciones verticales y horizontales.

6.1 Estado y marcha

El estado es un intervalo de tiempo en segundos; la marcha, una variación del estado por día. Para ambos rige la misma regla de signos: más significa que el reloj va adelantado o adelanta.

Estado

(6.1) OFICIAL

$$S = t_{\mathrm{U}} - t_{\mathrm{N}}$$

El estado es la indicación del reloj menos la hora correcta. Como patrón sirve un reloj radiocontrolado o una señal horaria.

Validez: ambas horas leídas en el mismo instante.

S	Estado (+ significa: el reloj va adelantado)	s
t_{U}	Indicación del reloj	s
t_{N}	Hora patrón (hora correcta en el mismo instante)	s

EJEMPLO Con la señal horaria del minuto exacto, el segundero del reloj ya está en 12 s.

Datos: $t_{\mathrm{U}} = 12\,\mathrm{s}$; $t_{\mathrm{N}} = 0\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} S &= t_{\mathrm{U}} - t_{\mathrm{N}} \\ &= 12\,\mathrm{s} - 0\,\mathrm{s} \\ &= 12\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

El reloj va 12 s adelantado; su estado es +12 s.

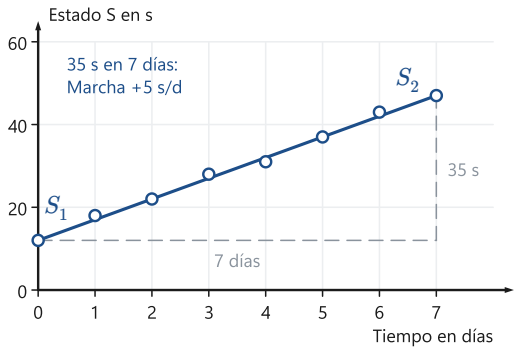


Fig. 6.1 Estado en función del tiempo: la marcha es la pendiente de la línea que pasa por los estados leídos

Marcha a partir de dos estados

(6.2) OFICIAL

$$G = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1}$$

La marcha es la variación del estado por día. En el diagrama estado-tiempo es la pendiente de la línea.

Validez: marcha media entre las dos lecturas; el reloj no se pone en hora entre ellas.

G	Marcha (+ significa: el reloj adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
S_2	Estado en la segunda lectura	s
S_1	Estado en la primera lectura	s
t_2	Instante de la segunda lectura	d
t_1	Instante de la primera lectura	d

Conviene saber: Cuanto más largo el intervalo, más exacta la marcha: el error de lectura se reparte entre más días (sección 6.7).

EJEMPLO El día 0 el reloj va 12 s adelantado; el día 7, 47 s. ¿Qué marcha tiene?

Datos: $S_2 = 47\,\mathrm{s}$; $S_1 = 12\,\mathrm{s}$; $t_2 = 7\,\mathrm{d}$; $t_1 = 0\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1} \\ &= \frac{47\,\mathrm{s} - 12\,\mathrm{s}}{7\,\mathrm{d} - 0\,\mathrm{d}} \\ &= 5{,}0\,\tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

El reloj adelanta 5 s al día.

Variación del estado en un tiempo de funcionamiento

(6.3) OFICIAL

$$\Delta S = G \cdot t$$

DESPEJADA $t = \dfrac{\Delta S}{G}$

Con marcha constante, el estado crece uniformemente. Así se extrapola una marcha a un mes o a un año o, al revés, se reduce a un día un dato en segundos por mes.

Validez: marcha constante durante todo el tiempo de funcionamiento.

ΔS	Variación del estado (+ significa: el reloj ha ganado)	s
G	Marcha (+ significa: el reloj adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
t	Tiempo (de funcionamiento)	d

EJEMPLO Un reloj de cuarzo adelanta 0,5 s al día. ¿Cuánto gana en un mes de 30 días?

Datos: $G = 0{,}5\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $t = 30\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} \Delta S &= G \cdot t \\ &= 0{,}5\,\tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \cdot 30\,\mathrm{d} \\ &= 15\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

15 s al mes, un valor habitual para un reloj de cuarzo sencillo. En un año serían unos 3 min.

Marcha media

(6.4) OFICIAL

$$\bar{G} = \frac{\sum G_i}{n}$$

A lo largo de varios días, la marcha diaria media es a la vez la variación total del estado dividida entre el número de días. Promediada sobre varias posiciones, indica cómo está regulado el reloj.

Validez: todas las marchas individuales medidas en tiempos de igual duración; atención a los signos.

$\bar{G}$	Marcha media (sobre días o posiciones)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
$\sum G_i$	Suma de las marchas individuales, con signo	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
n	Número (de marchas individuales)	1

EJEMPLO En cinco días se determinan las marchas +6, +4, +7, +3 y +5 segundos por día. La suma es +25 segundos por día.

Datos: $\sum G_i = 25\ \frac{\text{s}}{\text{d}}; \quad n = 5$

$$\begin{aligned}\bar{G} &= \frac{\sum G_i}{n} \\ &= \frac{25\ \frac{\text{s}}{\text{d}}}{5} \\ &= 5{,}0\ \frac{\text{s}}{\text{d}}\end{aligned}$$

De media, +5 s al día. En los cinco días el reloj ha ganado 25 s.

Conversión de la marcha

Marcha en $\frac{\text{s}}{\text{d}}$	Segundos al mes (30 días)	Segundos al año (365 días)	ppm
0,1	3	36,5	1,16
0,5	15	182,5	5,79
1	30	365	11,6
5	150	1825	57,9
10	300	3650	116
30	900	10 950	347

ppm significa millonésimas. 1 s al día es un error de 1 entre 86 400, es decir, 11,6 ppm (sección XL 1.1).

Marcha a partir de la desviación del número de alternancias

(6.5) OFICIAL

$$G = \frac{n_{\text{ist}} - n_{\text{soll}}}{n_{\text{soll}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}}$$

G	Marcha (+ significa: el reloj adelanta)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
n_{ist}	Número de alternancias medido	$\frac{\text{A}}{\text{h}}$
n_{soll}	Número de alternancias nominal	$\frac{\text{A}}{\text{h}}$

Todo reloj cuenta oscilaciones. Si el órgano regulador oscila una fracción demasiado rápido, el reloj adelanta esa misma fracción. Con frecuencias en lugar de números de alternancias, la fórmula figura en la sección 3.4; para el cuarzo, en la sección 7.2.

Validez: número de alternancias promediado sobre el tiempo de medición.

EJEMPLO Un movimiento de 28 800 semioscilaciones por hora da 28 803 semioscilaciones en una hora.

Datos: $n_{\text{ist}} = 28\,803\ \frac{\text{A}}{\text{h}}$; $n_{\text{soll}} = 28\,800\ \frac{\text{A}}{\text{h}}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{n_{\text{ist}} - n_{\text{soll}}}{n_{\text{soll}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= \frac{28\,803\ \frac{\text{A}}{\text{h}} - 28\,800\ \frac{\text{A}}{\text{h}}}{28\,800\ \frac{\text{A}}{\text{h}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= 9{,}0\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \end{aligned}$$

El reloj adelanta 9 s al día. Tres alternancias de más por hora son en la esfera tres octavos de segundo; al día, 24 veces más.

Regla: El estado es una situación; la marcha, un cambio. En ambos, más significa: el reloj va por delante.

6.2 Cronocomparador

El cronocomparador escucha las alternancias del reloj con un micrófono y compara su secuencia con una frecuencia de cuarzo. A partir de un tiempo de medición de menos de un minuto calcula la marcha, el error de batido y la amplitud. Los tres valores se derivan de tiempos medidos.

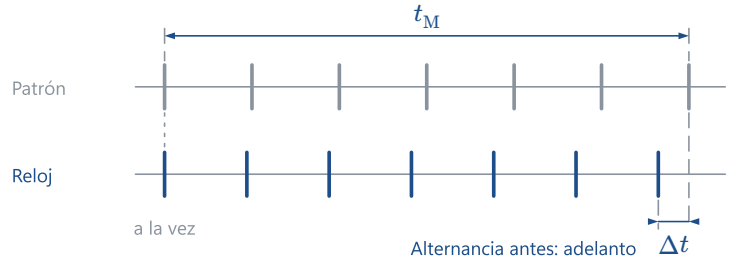


Fig. 6.2 Principio del cronocomparador: en el tiempo de medición t_{M}, las alternancias del reloj se desplazan Δt respecto a la frecuencia patrón

Marcha a partir del desfase de las alternancias

(6.6) MAESTRO

$$G = \frac{\Delta t}{t_\mathrm{M}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

DESPEJADA $\quad \Delta t = \dfrac{G \cdot t_\mathrm{M}}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$

G	Marcha (+ significa: el reloj adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δt	Desfase de las alternancias respecto a la frecuencia patrón durante el tiempo de medición (+ significa: las alternancias llegan antes)	ms
t_M	Tiempo de medición	s

Si cada alternancia llega un poco antes de lo que marca la frecuencia patrón, el adelanto se acumula. Del adelanto y el tiempo de medición resulta la marcha. En el diagrama del cronocomparador es la pendiente de la línea de puntos.

Validez: marcha uniforme durante el tiempo de medición; promediada sobre tic y tac para que el error de batido no entre en la marcha.

Atención: El intervalo entre alternancias varía de una a otra, sobre todo por los dientes de la rueda de escape y los engranes del tren de engranajes. Unos pocos segundos no bastan, por tanto, para una afirmación con precisión de 1 s al día; lo habitual son de 10 s a 60 s de tiempo de medición, y más si la imagen es irregular.

EJEMPLO En 30 s de tiempo de medición, las alternancias de un reloj se adelantan 2,0 ms respecto a la frecuencia patrón.

Datos: $\Delta t = 2{,}0\,\mathrm{ms}; \quad t_\mathrm{M} = 30\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{\Delta t}{t_\mathrm{M}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{2{,}0\,\mathrm{ms}}{30\,\mathrm{s}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= 5{,}76\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

El reloj adelanta 5,76 s al día. El cronocomparador indica, redondeado, +5,8.



Fig. 6.3 Diagrama del cronocomparador: la pendiente de la línea de puntos muestra la marcha; la separación de dos líneas, el error de batido

Desfase de las alternancias con una marcha de 1 $\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

Tiempo de medición	Desfase
2 s	23 µs
4 s	46 µs
10 s	116 µs
30 s	347 µs
60 s	694 µs

Para comparar: con 28 800 semioscilaciones por hora, dos alternancias están separadas 125 000 µs.

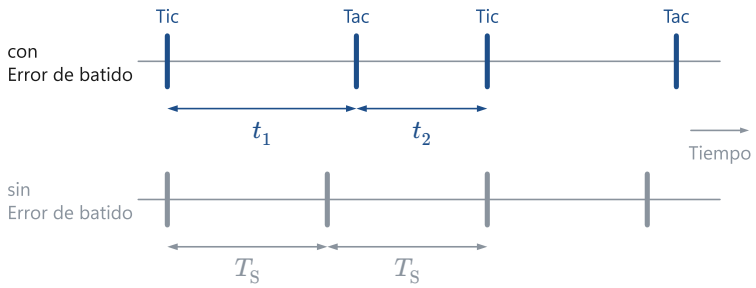


Fig. 6.4 Error de batido: de tic a tac pasa más tiempo que de tac a tic; T_S es la duración de la alternancia sin error de batido

Error de batido

(6.7) OFICIAL

$$t_A = \frac{|t_1 - t_2|}{2}$$

t_A	Error de batido	ms
t_1	Duración de una semioscilación (tic a tac)	ms
t_2	Duración de la semioscilación siguiente (tac a tic)	ms

Si el volante en reposo no está exactamente en el centro del escape, tic y tac se suceden a intervalos desiguales. El error de batido es la desviación de cada intervalo respecto a la media, es decir, la mitad de la diferencia entre ambos intervalos. Cómo se origina el error de batido en el escape se muestra en la sección 5.4.

Validez: tiempos medidos siempre desde el primer ruido de una alternancia hasta el primer ruido de la siguiente; indicación en valor absoluto.

Conviene saber: Valores orientativos: con el movimiento con cuerda completa en la posición esfera arriba, los fabricantes de movimientos admiten por lo general como máximo de 0,6 ms a 0,8 ms (ETA 2892A2 y ETA 7750: 0,6 ms; Sellita SW200, según el nivel de calidad, 0,8 ms o 0,6 ms). A partir de 1 ms aproximadamente, el batido debe corregirse en todo caso. Lo determinante es el dato del fabricante del movimiento. Un error de batido grande dificulta que el reloj arranque por sí solo.

EJEMPLO En un movimiento de 28 800 semioscilaciones por hora, el cronocomparador mide 125,6 ms de tic a tac y 124,4 ms de tac a tic.

Datos: $t_1 = 125{,}6\,\text{ms}; \quad t_2 = 124{,}4\,\text{ms}$

$$t_A = \frac{|t_1 - t_2|}{2}$$
$$= \frac{|125{,}6\,\text{ms} - 124{,}4\,\text{ms}|}{2}$$
$$= 0{,}6\,\text{ms}$$

0,6 ms: un intervalo es 0,6 ms más largo y el otro 0,6 ms más corto que la duración nominal de la alternancia de 125 ms. En el diagrama aparecen dos líneas paralelas.

Error de batido como ángulo

(6.8) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$\varepsilon \approx \pi \cdot f \cdot A \cdot t_{\mathrm{A}}$$

El mismo desplazamiento de la posición de reposo aparece con amplitud pequeña como un error de batido mayor en milisegundos, porque entonces el volante pasa más despacio por el centro. Por eso los errores de batido se comparan con la misma amplitud.

Validez: desplazamiento pequeño frente a la amplitud; oscilación sinusoidal.

ε	Ángulo (entre la posición de reposo del volante y el centro del escape)	°
f	Frecuencia (del volante; oscilaciones completas por segundo; 28 800 semioscilaciones por hora son 4 Hz)	Hz
A	Amplitud (de la posición de reposo al punto de retorno)	°
t_{A}	Error de batido	ms

EJEMPLO Un reloj de 28 800 semioscilaciones por hora muestra con 270° de amplitud un error de batido de 0,6 ms.

Datos: $f = 4\,\mathrm{Hz}$; $A = 270°$; $t_{\mathrm{A}} = 0{,}6\,\mathrm{ms}$

$$\begin{aligned}\varepsilon &\approx \pi \cdot f \cdot A \cdot t_{\mathrm{A}} \\ &= \pi \cdot 4\,\mathrm{Hz} \cdot 270° \cdot 0{,}6\,\mathrm{ms} \\ &\approx 2{,}0°\end{aligned}$$

La posición de reposo del volante está unos 2° fuera del centro. Hay que girar la virola o el portapitón móvil este ángulo. Con 180° de amplitud, el mismo reloj mostraría 0,9 ms.

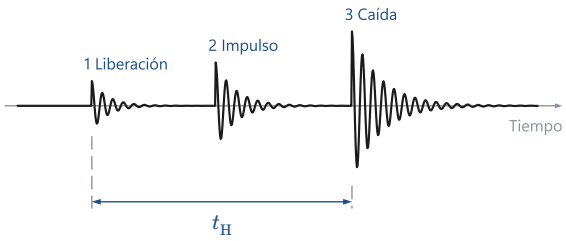


Fig. 6.5 Ruido de una alternancia del escape de áncora: el tiempo de levantamiento t_{H} va del primer al tercer impulso

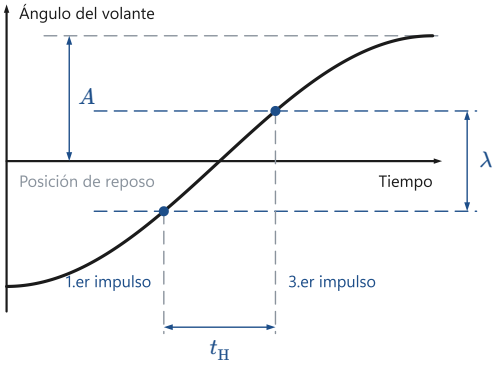


Fig. 6.6 El volante recorre el ángulo de levantamiento λ a ambos lados de la posición de reposo en el tiempo de levantamiento t_{H} (ángulo dibujado ampliado)

Amplitud a partir del ángulo de levantamiento y el tiempo de levantamiento (6.9) MAESTRO

$$A = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin\left(\pi \cdot f \cdot t_{\mathrm{H}}\right)}$$

DESPEJADA $$t_{\mathrm{H}} = \frac{\arcsin\left(\frac{\lambda}{2 \cdot A}\right)}{\pi \cdot f}$$

El volante recorre el ángulo de levantamiento tanto más deprisa cuanto mayor es su amplitud. El cronocomparador mide el tiempo de levantamiento entre el primer y el tercer ruido de una alternancia y calcula a partir de él la amplitud.

Validez: oscilación sinusoidal, ángulo de levantamiento simétrico respecto a la posición de reposo. El producto $\pi \cdot f \cdot t_{\mathrm{H}}$ es un ángulo en radianes; la calculadora debe estar en rad para el seno.

A	Amplitud (de la posición de reposo al punto de retorno)	°
λ	Ángulo de levantamiento (del volante; dato del fabricante, ajustado en el cronocomparador)	°
f	Frecuencia (del volante; oscilaciones completas por segundo; 28 800 semioscilaciones por hora son 4 Hz)	Hz
t_{H}	Tiempo de levantamiento (del primer al tercer ruido de una alternancia)	ms

Conviene saber: Deducción: el volante oscila según $\varphi = A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$. El ángulo de levantamiento es simétrico respecto a la posición de reposo, así que el volante alcanza la mitad del ángulo de levantamiento tras la mitad del tiempo de levantamiento: $\frac{\lambda}{2} = A \cdot \sin(\pi \cdot f \cdot t_{\mathrm{H}})$.

Conviene saber: Para amplitudes habituales basta la aproximación $A \approx \frac{\lambda}{2\pi \cdot f \cdot t_{\mathrm{H}}}$. En el ejemplo da 268,7°, es decir, 0,4° de menos.

EJEMPLO Un movimiento de 28 800 semioscilaciones por hora tiene 52° de ángulo de levantamiento. El cronocomparador mide 7,7 ms de tiempo de levantamiento.

Datos: $\lambda = 52°$; $f = 4\,\mathrm{Hz}$; $t_{\mathrm{H}} = 7{,}7\,\mathrm{ms}$

$$\begin{aligned} A &= \frac{\lambda}{2 \cdot \sin\left(\pi \cdot f \cdot t_{\mathrm{H}}\right)} \\ &= \frac{52°}{2 \cdot \sin\left(\pi \cdot 4\,\mathrm{Hz} \cdot 7{,}7\,\mathrm{ms}\right)} \\ &= \frac{52°}{2 \cdot \sin(0{,}0968)} \\ &\approx 269° \end{aligned}$$

El volante oscila con unos 269°. Con 300°, el tiempo de levantamiento se habría reducido a 6,9 ms.

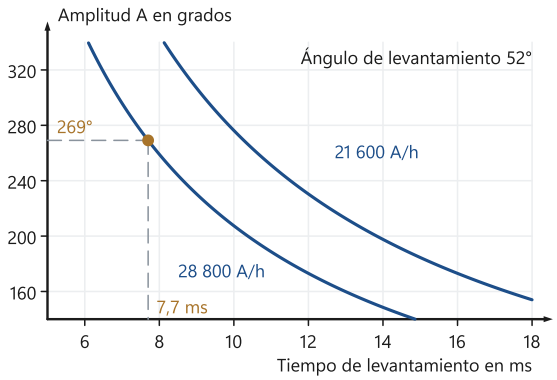


Fig. 6.7 Amplitud en función del tiempo de levantamiento con 52° de ángulo de levantamiento: cuanto más corto el tiempo, mayor la amplitud

Tiempo de levantamiento en ms con 52° de ángulo de levantamiento

Amplitud	28 800 A/h (4 Hz)	21 600 A/h (3 Hz)	18 000 A/h (2,5 Hz)
200°	10,4	13,8	16,6
220°	9,4	12,6	15,1
240°	8,6	11,5	13,8
260°	8,0	10,6	12,8
280°	7,4	9,9	11,8
300°	6,9	9,2	11,0
320°	6,5	8,6	10,4

Calculado con la fórmula despejada. Entre 280° y 300°, a 4 Hz el tiempo de levantamiento solo cambia 0,5 ms: el cronocomparador debe medirlo con precisión de centésimas de milisegundo.

Amplitud con el ángulo de levantamiento mal ajustado

(6.10) MAESTRO

$$A = \frac{A_Z \cdot \lambda}{\lambda_Z}$$

El cronocomparador solo mide el tiempo de levantamiento; el ángulo de levantamiento hay que indicárselo. Si está mal ajustado, la amplitud indicada es errónea en la misma proporción: un 4 % de más en el ángulo de levantamiento da un 4 % de más en la amplitud. Para los errores vale $\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$.

Validez: se deduce de la fórmula de la amplitud: con el mismo tiempo de levantamiento, la amplitud es proporcional al ángulo de levantamiento.

A	Amplitud (valor real)	°
A_Z	Amplitud indicada por el cronocomparador	°
λ	Ángulo de levantamiento (del volante; valor real del movimiento)	°
λ_Z	Ángulo de levantamiento ajustado en el cronocomparador	°

Atención: Si el ángulo de levantamiento es desconocido, comprobar la amplitud en el volante. Un volante de dos brazos muestra con 180° de amplitud, en los puntos de retorno, la misma imagen que en la posición de reposo; con 270°, los brazos quedan iguales en ambos puntos de retorno, transversales a la posición de reposo. Ajustar el ángulo de levantamiento en el cronocomparador de modo que la indicación concuerde.

EJEMPLO El cronocomparador está ajustado a 52° e indica 280°. Pero el movimiento tiene 50° de ángulo de levantamiento.

Datos: $A_Z = 280^\circ$; $\lambda = 50^\circ$; $\lambda_Z = 52^\circ$

$$A = \frac{A_Z \cdot \lambda}{\lambda_Z} = \frac{280^\circ \cdot 50^\circ}{52^\circ} \approx 269^\circ$$

El volante oscila solo con unos 269°. Cada grado de error en el ángulo de levantamiento supone aquí algo más de 5° de amplitud.

Ángulos de levantamiento habituales (valores orientativos)

Escape y época de fabricación	Ángulo de levantamiento del volante
Escape de áncora suizo, calibres de pulsera recientes	normalmente 49° … 53°
Escape de áncora suizo, calibres antiguos de pulsera y de bolsillo	a menudo menor, unos 38° … 46°
Escape Co-Axial	unos 30° … 38°

El ángulo de levantamiento es una magnitud de construcción del calibre. Lo determinante es la ficha técnica del fabricante; si falta, ayuda la inspección visual del volante. Ejemplos: ETA 2824-2 50°, ETA 2892A2 51°, ETA 7750 49°, Sellita SW200 50°, ETA 6497-1 44°.

Regla: El cronocomparador mide tiempos. Marcha, error de batido y amplitud se calculan a partir de ellos, y la amplitud solo es correcta con el ángulo de levantamiento correcto.

6.3 Posiciones e indicadores

Un reloj no marcha igual en todas las posiciones: el rozamiento en los cojinetes, el centro de gravedad del volante y el espiral actúan de forma distinta según la posición. Por eso se comprueba en hasta seis posiciones, una vez con cuerda completa y otra tras 24 horas de funcionamiento.



Fig. 6.8 Las seis posiciones de control de un reloj de pulsera con la corona a las 3

Las seis posiciones de control y sus abreviaturas

Posición	alemán	internacional	Corona del reloj de pulsera
Esfera arriba	ZO	CH	horizontal
Esfera abajo	ZU	FH (también CB)	horizontal
3 arriba	3O	3H	arriba
6 arriba	6O	6H	izquierda
9 arriba	9O	9H	abajo
12 arriba	12O	12H	derecha

Las abreviaturas indican lo que está arriba. Internacionalmente se usan las francesas: H de haut (arriba), C de cadran (esfera), F de fond (fondo), B de bas (abajo). En inglés las posiciones horizontales se llaman DU (dial up) y DD (dial down). Los datos de la corona valen para relojes de pulsera con la corona a las 3; en los relojes de bolsillo está a las 12.

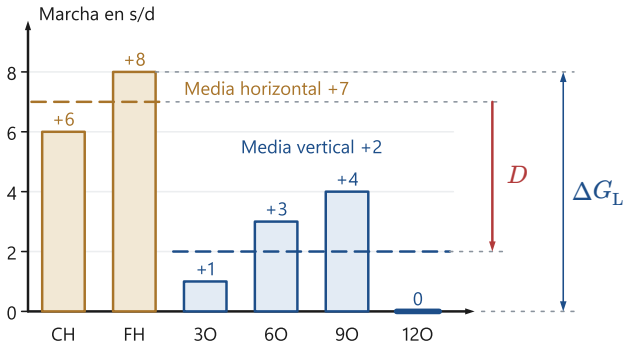


Fig. 6.9 Marchas en seis posiciones: diferencia máxima entre posiciones ΔG_{L} y diferencia vertical–horizontal D

Diferencia máxima entre posiciones

(6.11) OFICIAL

$$\Delta G_{\mathrm{L}} = G_{\max} - G_{\min}$$

ΔG_{L}	Diferencia máxima entre posiciones	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
$G_{\max}$	Marcha máxima de todas las posiciones (con signo)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
$G_{\min}$	Marcha mínima de todas las posiciones (con signo)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

La diferencia máxima entre posiciones es la medida más sencilla de la calidad del reglaje: cuanto menor es, menos depende la marcha de cómo se lleve y se deje el reloj.

Validez: todas las posiciones medidas con el mismo estado de cuerda y la misma temperatura.

EJEMPLO Un reloj con cuerda completa muestra: CH +6, FH +8, 3H +1, 6H +3, 9H +4 y 12H 0 segundos por día.

Datos: $G_{\max} = 8\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_{\min} = 0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned}\Delta G_{\mathrm{L}} &= G_{\max} - G_{\min} \\ &= 8\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - 0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= 8\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

8 s al día entre la posición más rápida (esfera abajo) y la más lenta (12 arriba). La marcha media de las seis posiciones es +3,7 s al día.

Diferencia vertical–horizontal

(6.12) MAESTRO

$$D = G_{\mathrm{h}} - G_{\mathrm{f}}$$

D	Diferencia vertical–horizontal (+ significa: marcha en vertical mayor que en horizontal)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_{h}	Marcha media de las posiciones verticales	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_{f}	Marcha media de las posiciones horizontales	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

Se promedian las posiciones verticales y se comparan con la media de las horizontales. Un resultado negativo significa: el reloj marcha más lento en vertical que en horizontal.

Validez: mismo estado de cuerda en todas las posiciones. El control de cronómetros forma D solo con dos posiciones, 6 arriba y esfera arriba (sección 6.4).

> **Conviene saber:** En la media de las cuatro posiciones verticales se anula en gran parte la influencia de un desequilibrio del volante. Lo que queda procede de la menor amplitud y del distinto apoyo de los pivotes. El desequilibrio se manifiesta en las diferencias de las posiciones verticales entre sí (sección 3.3).

EJEMPLO El reloj del ejemplo anterior: media de las cuatro posiciones verticales +2,0; media de las dos horizontales +7,0 segundos por día.

Datos: $G_{\mathrm{h}} = 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_{\mathrm{f}} = 7{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned}D &= G_{\mathrm{h}} - G_{\mathrm{f}} \\ &= 2{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - 7{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -5{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

En vertical el reloj marcha 5 s al día más lento que en horizontal. En vertical la amplitud es menor; el reloj pierde, pues, con amplitud pequeña, señal de un error de isocronismo (sección 3.7).

Qué muestran las diferencias entre posiciones (orientación para buscar defectos)

Observación	Causa frecuente
Esfera arriba y abajo distintas	Extremos de pivote o contrapivotes, aceite, espiral que no está plano o roza
En vertical, más lento o más rápido que en horizontal	Error de isocronismo: juego del espiral entre los pitones de la raqueta, forma del espiral, escape
Posiciones verticales distintas entre sí	Desequilibrio del volante, espiral no centrado
Amplitud en vertical mucho menor que en horizontal	Rozamiento en los pivotes del volante: pivotes, piedras de agujero, aceite

La tabla da indicaciones, no diagnósticos seguros; a menudo actúan varias causas a la vez.

Marcha en uso a partir de dos grupos de posiciones

(6.13) AMPLIACIÓN

$$G_\mathrm{T} = a \cdot G_\mathrm{f} + (1 - a) \cdot G_\mathrm{h}$$

En la muñeca y en la mesilla de noche cambian las posiciones. La marcha en uso está entre la media horizontal y la media vertical, según la fracción de tiempo.

Validez: modelo simplificado con dos grupos de posiciones; no se consideran la temperatura en la muñeca, el movimiento ni el estado de cuerda.

G_T	Marcha esperada en uso	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
a	Fracción de tiempo en posiciones horizontales	1
G_f	Marcha media de las posiciones horizontales	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_h	Marcha media de las posiciones verticales	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

EJEMPLO El reloj de los ejemplos anteriores está en horizontal por la noche y a ratos durante el día, en total el 40 % del tiempo.

Datos: $a = 0{,}4$; $G_\mathrm{f} = 7{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_\mathrm{h} = 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} G_\mathrm{T} &= a \cdot G_\mathrm{f} + (1 - a) \cdot G_\mathrm{h} \\ &= 0{,}4 \cdot 7{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} + (1 - 0{,}4) \cdot 2{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= 4{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

Unos +4 s al día. Quien deja el reloj en horizontal por la noche lo hace aquí marchar más rápido; dejado en vertical, marcha más lento.

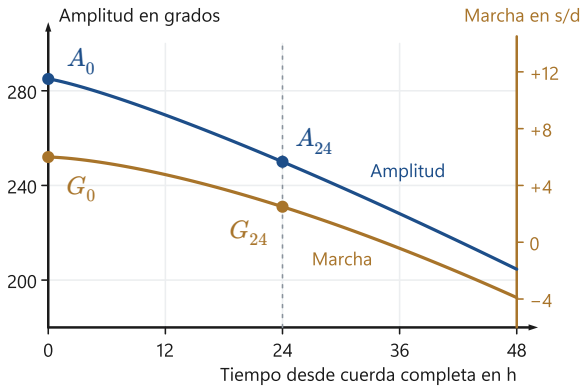


Fig. 6.10 Amplitud y marcha en función del tiempo de funcionamiento (ejemplo): de los valores a 0 h y 24 h resultan la caída de amplitud y el error de isocronismo

Error de isocronismo a partir de 0 h y 24 h

(6.14) MAESTRO

$$\Delta G = G_{24} - G_0$$

Al desarmarse el muelle real disminuye la amplitud. Si con ello cambia la marcha, el órgano regulador no es isócrono. La fórmula es la misma que en la sección 3.7, aquí con los dos instantes de medición del taller.

Validez: misma posición y misma temperatura en ambas mediciones.

ΔG	Error de isocronismo (+ significa: el reloj se adelanta al desarmarse el muelle)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_{24}	Marcha tras 24 horas de funcionamiento	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_0	Marcha con cuerda completa	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

EJEMPLO Un reloj con esfera arriba y cuerda completa adelanta 6,0 s al día; tras 24 horas de funcionamiento en la misma posición, 2,5 s al día.

Datos: $G_{24} = 2{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_0 = 6{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} \Delta G &= G_{24} - G_0 \\ &= 2{,}5\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - 6{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -3{,}5\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

Tras 24 horas el reloj se ha vuelto 3,5 s al día más lento. Si se le da cuerda a diario, su marcha está entre ambos valores.

Caída de amplitud en 24 horas

(6.15) OFICIAL

$$\Delta A = A_0 - A_{24}$$

La caída de amplitud muestra con qué regularidad entregan la fuerza a lo largo del día el muelle real y el tren de engranajes.

Validez: misma posición en ambas mediciones, ángulo de levantamiento bien ajustado.

ΔA	Caída de amplitud	°
A_0	Amplitud con cuerda completa	°
A_{24}	Amplitud tras 24 horas de funcionamiento	°

EJEMPLO Con esfera arriba, el volante oscila con 285° con cuerda completa y con 250° tras 24 horas.

Datos: $A_0 = 285°$; $A_{24} = 250°$

$$\begin{aligned}\Delta A &= A_0 - A_{24} \\ &= 285° - 250° \\ &= 35°\end{aligned}$$

35° en 24 horas. Más importante que la caída en sí es que, tras 24 horas, la amplitud siga siendo suficiente también en las posiciones verticales; los fabricantes de movimientos dan para ello valores mínimos, a menudo de 190° a 200° en la posición 6 arriba (ETA 2892A2 y ETA 7750: 200°).

Regla: Horizontal frente a vertical muestra la influencia de la amplitud; vertical frente a vertical, el desequilibrio; cuerda completa frente a 24 horas, el isocronismo.

6.4 Control de cronómetros

Según la norma ISO 3159, cronómetro es un reloj cuyo movimiento ha sido controlado por un organismo neutral durante varios días en distintas posiciones y a distintas temperaturas; en Suiza es el COSC. El control dura 15 días, con cinco posiciones y tres temperaturas. A partir de las 15 marchas diarias se calculan siete indicadores. Otros controles, como el del METAS o el de la norma DIN 8319, se aplican al reloj terminado y en parte exigen más.



Fig. 6.11 Programa del control de cronómetros según ISO 3159: posición y temperatura en los 15 días de control

Los siete indicadores del control de cronómetros según ISO 3159 (relojes de más de 20 mm de diámetro)

N.º	Indicador	Cálculo a partir de las marchas diarias G_1 a G_{15}	Valor límite según ISO 3159 en $\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
1	Marcha diaria media	$\bar{G} = \frac{1}{10} \cdot (G_1 + G_2 + \cdots + G_{10})$	−4 … +6
2	Variación media de marcha	$\frac{1}{5} \cdot (\lvert G_2 - G_1\rvert + \lvert G_4 - G_3\rvert + \cdots + \lvert G_{10} - G_9\rvert)$	como máximo 2
3	Variación máxima de marcha	la mayor de las cinco diferencias en valor absoluto de la fila 2	como máximo 5
4	Diferencia vertical–horizontal D	$\frac{1}{2} \cdot (G_1 + G_2) - \frac{1}{2} \cdot (G_9 + G_{10})$	−6 … +8
5	Diferencia máxima respecto a la marcha media	el mayor de los diez valores absolutos $\lvert G_i - \bar{G}\rvert$ de los días 1 a 10	como máximo 10
6	Coeficiente de temperatura C	$\frac{1}{30\,\mathrm{K}} \cdot (G_{13} - G_{11})$	±0,6 por K
7	Recuperación de la marcha	$G_{15} - \frac{1}{2} \cdot (G_1 + G_2)$	±5

Deben cumplirse los siete límites. Para relojes de hasta 20 mm de diámetro la norma admite límites algo más amplios. La norma escribe las marchas diarias M_i; aquí aparecen, como en todo el libro, como G_i.

Variación media de marcha

(6.16) MAESTRO

$$\overline{\Delta G} = \frac{\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1}\rvert}{5}$$

En cada una de las cinco posiciones se mide dos días seguidos. El indicador dice lo bien que el reloj repite su marcha de un día al siguiente.

Validez: según ISO 3159: días 1 a 10 a 23 °C; valor límite 2 s al día (relojes de más de 20 mm).

$\overline{\Delta G}$	Variación media de marcha	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
$\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1}\rvert$	Suma de los cinco valores absolutos: diferencia entre las dos marchas diarias de cada posición	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

EJEMPLO En las cinco posiciones, las dos marchas diarias difieren en 1,0, 0,8, 2,1, 0,7 y 1,4 segundos por día. La suma es 6,0 segundos por día.

Datos: $\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1}\rvert = 6{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned}\overline{\Delta G} &= \frac{\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1}\rvert}{5} \\ &= \frac{6{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{5} \\ &= 1{,}2\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

1,2 s al día; se cumple el valor límite de 2 s al día. También el mayor valor individual, 2,1 s al día, queda por debajo de su límite de 5 s al día.

Coeficiente de temperatura en el control de cronómetros

(6.17) MAESTRO

$$C = \frac{G_{38} - G_8}{30\,\mathrm{K}}$$

C	Coeficiente de temperatura de la marcha	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}\cdot\mathrm{K}}$
G_{38}	Marcha a 38 °C (día 13)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_8	Marcha a 8 °C (día 11)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

Ambas marchas se miden en la misma posición, con la esfera arriba. La forma general para temperaturas de control cualesquiera figura en la sección 3.5.

Validez: según ISO 3159: valor límite ±0,6 s al día por kelvin (relojes de más de 20 mm).

EJEMPLO Un reloj adelanta 2,4 s al día a 8 °C y 7,2 s al día a 38 °C.

Datos: $G_{38} = 7{,}2\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_8 = 2{,}4\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} C &= \frac{G_{38} - G_8}{30\,\mathrm{K}} \\ &= \frac{7{,}2\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - 2{,}4\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{30\,\mathrm{K}} \\ &= 0{,}16\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}\cdot\mathrm{K}} \end{aligned}$$

+0,16 s al día por kelvin: el reloj se adelanta con el calor. El valor límite de 0,6 se cumple holgadamente.

Recuperación de la marcha

(6.18) MAESTRO

$$\Delta G_{\mathrm{W}} = G_{15} - \frac{G_1 + G_2}{2}$$

ΔG_{W}	Recuperación de la marcha	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_{15}	Marcha el último día de control	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_1	Marcha el primer día de control	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_2	Marcha el segundo día de control	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

El último día el reloj vuelve a estar en la posición de los dos primeros días. El indicador muestra si, tras dos semanas de control con frío y calor, el reloj recupera su marcha inicial.

Validez: según ISO 3159: posición 6 arriba a 23 °C; valor límite ±5 s al día (relojes de más de 20 mm).

EJEMPLO El reloj del ejemplo de la variación media de marcha adelanta los dos primeros días 3,0 y 4,0 s al día, y el último día 4,5 s al día.

Datos: $G_{15} = 4{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_1 = 3{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_2 = 4{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} \Delta G_{\mathrm{W}} &= G_{15} - \frac{G_1 + G_2}{2} \\ &= 4{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - \frac{3{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} + 4{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{2} \\ &= 1{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

+1,0 s al día, muy dentro del límite de ±5 s al día. El reloj casi ha recuperado su marcha inicial.

Regla: Cronómetro significa: controlado 15 días, en cinco posiciones y a tres temperaturas, con una media entre −4 y +6 s al día.

6.5 Hermeticidad y presión

El agua presiona con más fuerza sobre el cristal, el fondo y las juntas con cada metro de profundidad. La indicación de presión de un reloj es la sobrepresión de prueba. Vale para el reloj nuevo y para presión estática, en agua o en aire. Los requisitos de los relojes estancos figuran en la norma ISO 22810.

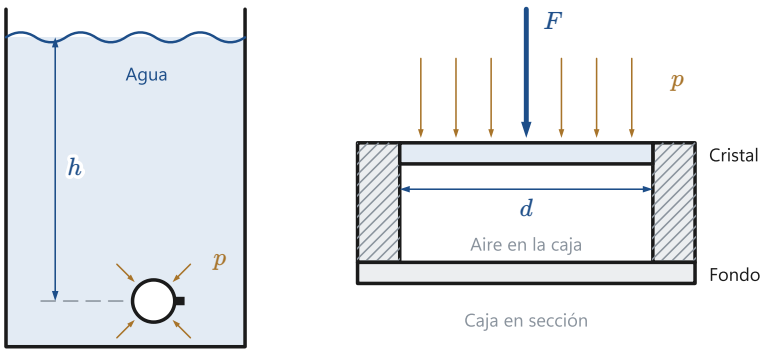


Fig. 6.12 Izquierda: la presión del agua crece con la profundidad h. Derecha: la presión p carga el cristal de diámetro d con la fuerza F

Presión de una columna de agua

(6.19) OFICIAL

$$p = \varrho \cdot g \cdot h$$

DESPEJADA $\quad h = \dfrac{p}{\varrho \cdot g}$

La presión crece uniformemente con la profundidad, en agua dulce casi 1 bar cada 10 m.

Validez: agua en reposo. El agua dulce tiene $1000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$; el agua de mar, unos $1025\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$.

p	Presión (sobrepresión respecto a la superficie del agua)	bar
ϱ	Densidad (del agua)	$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$
g	Aceleración de la gravedad	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
h	Altura (de la columna de agua sobre el reloj, es decir, la profundidad de inmersión)	m

EJEMPLO ¿Qué sobrepresión hay a 100 m de profundidad en agua dulce?

Datos: $\varrho = 1000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$; $\quad g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $\quad h = 100\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} p &= \varrho \cdot g \cdot h \\ &= 1000\ \tfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 100\,\mathrm{m} \\ &= 981\,000\,\mathrm{Pa} \\ &= 9{,}81\,\mathrm{bar} \end{aligned}$$

9,81 bar, redondeado 10 bar. De ahí la regla práctica: 10 m de columna de agua equivalen a 1 bar.

Fuerza de presión sobre el cristal o el fondo

(6.20) OFICIAL

$$F = \frac{p \cdot \pi \cdot d^2}{4}$$

F	Fuerza (sobre la superficie sometida a presión)	N
p	Presión (sobrepresión exterior respecto al interior)	bar
d	Diámetro (de la superficie sometida a presión, aquí del cristal)	mm

La fuerza es presión por superficie (sección XL 2.2), aquí con la superficie del círculo desarrollada. Crece con el cuadrado del diámetro: los relojes grandes necesitan cristales más gruesos y fondos más rígidos.

Validez: presión uniforme sobre una superficie circular; $1\,\mathrm{bar} = 0{,}1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$.

EJEMPLO Un reloj de buceo se prueba a 30 bar. El cristal tiene 28 mm de diámetro. ¿Con qué fuerza se carga?

Datos: $p = 30\,\mathrm{bar}$; $d = 28\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} F &= \frac{p \cdot \pi \cdot d^2}{4} \\ &= \frac{30\,\mathrm{bar} \cdot \pi \cdot (28\,\mathrm{mm})^2}{4} \\ &= 3\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot \frac{\pi \cdot 784\,\mathrm{mm}^2}{4} \\ &\approx 1847\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Unos 1850 N, tanto como el peso de 188 kg. Esta fuerza aprieta el cristal contra su junta y lo curva hacia dentro. El ejemplo para 10 bar figura en la fórmula (XL 2.11).

Normalmente se prueba en seco: el aparato somete el reloj en una cámara a sobrepresión o depresión y detecta cómo se deforma la caja. Una caja estanca se comprime o se abomba y permanece así mientras dura la presión. Si no es estanca, la presión interior y exterior se igualan y la deformación desaparece. En la prueba en húmedo, el reloj se pone primero bajo presión sobre el agua, luego se sumerge y se libera la presión; de un reloj no estanco salen burbujas de aire.

Presión dinámica al moverse en el agua

(6.21) AMPLIACIÓN

$$p_{\mathrm{dyn}} = \frac{\varrho \cdot v^2}{2}$$

p_{dyn}	Presión dinámica (presión adicional por el flujo)	bar
ϱ	Densidad (del agua)	$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$
v	Velocidad (del reloj respecto al agua)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Si el reloj se mueve en el agua, a la presión de la profundidad se suma la presión dinámica. Esta es pequeña.

Validez: flujo uniforme; el agua se frena por completo en el reloj. Es la máxima presión que produce un movimiento uniforme; el golpe al chocar con la superficie del agua no está incluido.

EJEMPLO En un movimiento de brazo muy rápido, la muñeca atraviesa el agua a 5 m por segundo.

Datos: $\varrho = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$; $v = 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$$\begin{aligned} p_{\mathrm{dyn}} &= \frac{\varrho \cdot v^2}{2} \\ &= \frac{1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot \left(5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2} \\ &= 12\,500\,\mathrm{Pa} \\ &= 0{,}125\,\mathrm{bar} \end{aligned}$$

0,125 bar, lo mismo que 1,3 m más de profundidad. Los movimientos al nadar apenas aumentan, pues, la presión. Si un reloj deja de ser estanco en el agua, la causa suele ser juntas envejecidas, cambios de temperatura o la corona y los pulsadores accionados bajo el agua.

Regla: 10 m de columna de agua son aproximadamente 1 bar. La fuerza sobre el cristal es presión por superficie.

6.6 Magnetismo y choques

Los campos magnéticos y los choques son las perturbaciones más frecuentes en la vida diaria. Las normas establecen lo que debe soportar un reloj para llamarse antimagnético o antichoque: la ISO 764 exige un campo de $4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$; la ISO 1413, un choque como el de una caída desde 1 m de altura.

Densidad de flujo e intensidad de campo en el aire

(6.22) MAESTRO

$$B = \mu_0 \cdot H$$

Las normas indican la intensidad de campo H; los imanes y los aparatos de medida, casi siempre la densidad de flujo B en militesla o gauss. En el aire ambas están ligadas de forma fija: 1 mT corresponde a $796\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$ y a 10 gauss.

B	Densidad de flujo magnético ($1\ \frac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{m^2}} = 1\ \mathrm{T} = 10\,000\ \mathrm{G}$)	$\frac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{m^2}}$
μ_0	Constante magnética	$\frac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{A\cdot m}}$
H	Intensidad de campo magnético	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$

Validez: en el aire y en materiales no magnéticos.

EJEMPLO ¿A qué densidad de flujo corresponde la intensidad de campo de $4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$ que debe soportar un reloj antimagnético según ISO 764?

Datos: $\mu_0 = 1{,}2566 \cdot 10^{-6}\ \frac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{A\cdot m}}$; $H = 4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 \cdot H \\ &= 1{,}2566 \cdot 10^{-6}\ \tfrac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{A\cdot m}} \cdot 4800\ \tfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}} \\ &\approx 6{,}03 \cdot 10^{-3}\ \tfrac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{m^2}} \end{aligned}$$

6,03 mT o 60 gauss. Un pequeño imán permanente, por ejemplo en el cierre de un bolso o en un altavoz, es en su superficie mucho más fuerte.

Conversión de campos magnéticos en el aire

Intensidad de campo en $\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$	Densidad de flujo en mT	Densidad de flujo en gauss	Ejemplo
40	0,05	0,5	Campo magnético terrestre (orden de magnitud)
796	1	10	Valor de conversión
4800	6,03	60,3	Campo de prueba para relojes antimagnéticos según ISO 764
79 600	100	1000	junto a pequeños imanes permanentes (orden de magnitud)

El gauss es una unidad antigua: 1 G = 0,1 mT. Los ejemplos, salvo el valor normativo, son órdenes de magnitud.

Velocidad de impacto en una caída

(6.23) MAESTRO

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

La prueba de choque según ISO 1413 reproduce la caída de un reloj desde 1 m de altura sobre un suelo de madera. La fórmula da la velocidad con la que llega el reloj.

Validez: caída libre sin resistencia del aire.

v	Velocidad (en el impacto)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
g	Aceleración de la gravedad	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
h	Altura (de caída)	m

EJEMPLO Un reloj cae del banco de trabajo, 1 m, al suelo.

Datos: $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $h = 1\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \\ &= \sqrt{2 \cdot 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1\,\mathrm{m}} \\ &\approx 4{,}43\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

$4{,}43\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, es decir, unos 16 km por hora. Con esta velocidad golpea el martillo al reloj en la prueba de choque.

6.7 Error de lectura y dispersión

Toda medición tiene dispersión. La media, el rango y la desviación típica de una serie de medidas figuran en la sección XL 12.1; el ejemplo allí es una serie de valores de marcha. Para el cronocomparador esto significa, por ejemplo: si diez mediciones en la misma posición se dispersan con una desviación típica de 0,6 s al día, su media es fiable, según la fórmula (XL 12.4), a unos 0,2 s al día. En la marcha calculada a partir de dos estados leídos se añade el error de lectura.

Error de la marcha debido a la lectura

(6.24) MAESTRO

$$u_G = \frac{2 \cdot u_S}{t}$$

En la marcha intervienen dos lecturas. En el caso más desfavorable sus errores se suman; dividido entre el tiempo de funcionamiento, da el error máximo de la marcha.

Validez: error máximo; el reloj funciona sin perturbaciones entre las lecturas.

u_G	Error máximo de la marcha debido a la lectura	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
u_S	Error máximo de lectura de un estado	s
t	Tiempo (de funcionamiento entre las dos lecturas)	d

EJEMPLO El estado puede leerse en el segundero con una precisión de 0,5 s. Entre las dos lecturas pasan 10 días.

Datos: $u_S = 0{,}5\,\mathrm{s}$; $t = 10\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} u_G &= \frac{2 \cdot u_S}{t} \\ &= \frac{2 \cdot 0{,}5\,\mathrm{s}}{10\,\mathrm{d}} \\ &= 0{,}10\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

Tras diez días la marcha es fiable a 0,1 s al día; tras un día, solo a 1 s al día. Quien necesite antes un resultado exacto, usa el cronocomparador.

Regla: Medir más tiempo aporta más que leer con más precisión: el doble de tiempo de funcionamiento reduce a la mitad el error de lectura en la marcha.

7 Reloj de cuarzo y pila

El reloj de cuarzo sustituye el muelle real, el escape y el volante por pila, circuito y cuarzo. Para comprobarlo y repararlo basta con poca electrotecnia: la ley de Ohm, potencia y carga, y además el comportamiento de la pila, el condensador y la bobina.

Sobre ello se apoyan las fórmulas del propio reloj: autonomía de la pila, división de frecuencia, marcha y comportamiento térmico del cuarzo, consumo del motor paso a paso. En este capítulo U designa la tensión, A la sección del conductor, P la potencia y C la capacidad.

7.1 Pila

La capacidad de una pila es la carga que puede extraerse de ella, indicada en miliamperios-hora (mAh). Con la capacidad del condensador solo comparte el nombre. Junto con el consumo del movimiento da la autonomía.

Autonomía a partir de la capacidad y el consumo

(7.1) OFICIAL

$$t = \frac{C_\mathrm{N}}{I}$$

DESPEJADA $I = \dfrac{C_\mathrm{N}}{t}$

La capacidad dividida entre la corriente da la autonomía. A la inversa, la fórmula muestra el consumo máximo que puede tener un movimiento para que la pila dure el tiempo prometido.

Validez: consumo medio constante; sin tener en cuenta la autodescarga. Introducir unidades coherentes: mAh y mA dan horas.

t	Tiempo (autonomía de la pila)	h
C_N	Capacidad nominal de la pila (carga extraíble)	mAh
I	Intensidad de corriente (consumo medio del movimiento)	mA

EJEMPLO Una pila SR626SW tiene 28 mAh. El movimiento consume de media 1,2 µA. ¿Cuánto tiempo funciona el reloj?

Datos: $C_\mathrm{N} = 28\,\mathrm{mAh}$; $I = 1{,}2\,\mu\mathrm{A}$

$$\begin{aligned} t &= \frac{C_\mathrm{N}}{I} \\ &= \frac{28\,\mathrm{mAh}}{1{,}2\,\mu\mathrm{A}} \\ &= 23\,333\,\mathrm{h} \\ &\approx 2{,}66\,\mathrm{a} \end{aligned}$$

Unas 23 300 horas, es decir, algo más de dos años y medio. Si por suciedad el movimiento consume 3 µA, la pila se agota ya en un año.

Contenido energético de la pila

(7.2) APROXIMACIÓN MAESTRO

$$W \approx U_\mathrm{N} \cdot C_\mathrm{N}$$

La tensión nominal por la capacidad da la energía almacenada, casi siempre en milivatios-hora. Con ella se comparan pilas de distinta tensión.

Validez: tensión aproximadamente constante durante la descarga, como en las pilas de óxido de plata y de litio.

W	Energía (almacenada en la pila)	J
U_N	Tensión nominal de la pila	V
C_N	Capacidad nominal de la pila (carga extraíble)	mAh

EJEMPLO ¿Qué energía contiene una pila de óxido de plata de 1,55 V y 28 mAh?

Datos: $U_\mathrm{N} = 1{,}55\,\mathrm{V}$; $C_\mathrm{N} = 28\,\mathrm{mAh}$

$$\begin{aligned} W &\approx U_\mathrm{N} \cdot C_\mathrm{N} \\ &= 1{,}55\,\mathrm{V} \cdot 28\,\mathrm{mAh} \\ &= 43{,}4\,\mathrm{mWh} \end{aligned}$$

43,4 mWh, es decir, unos 156 J. Un muelle real de reloj de pulsera con cuerda completa almacena menos de 1 J (capítulo 1).

Autonomía con autodescarga

(7.3) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$t \approx \frac{C_\mathrm{N}}{I + s_\mathrm{E} \cdot C_\mathrm{N}}$$

Toda pila pierde lentamente carga aun sin consumidor. La autodescarga actúa como una pequeña corriente adicional $s_\mathrm{E} \cdot C_\mathrm{N}$ junto al consumo del movimiento.

Validez: autodescarga calculada como pérdida constante. Valor orientativo para pilas de óxido de plata a temperatura ambiente: unos pocos por ciento al año; con calor, bastante más.

t	Tiempo (autonomía de la pila)	h
C_N	Capacidad nominal de la pila (carga extraíble)	mAh
I	Intensidad de corriente (consumo medio del movimiento)	mA
s_E	Autodescarga (fracción de la capacidad nominal que se pierde por unidad de tiempo)	$\frac{\%}{\mathrm{a}}$

EJEMPLO ¿Cuánto funciona el reloj del ejemplo de la autonomía (28 mAh, 1,2 µA) si la pila pierde además un 4 % de su capacidad al año por autodescarga?

Datos: $C_\mathrm{N} = 28\,\mathrm{mAh}$; $I = 1{,}2\,\mu\mathrm{A}$; $s_\mathrm{E} = 4\,\frac{\%}{\mathrm{a}}$

$$\begin{aligned} t &\approx \frac{C_\mathrm{N}}{I + s_\mathrm{E} \cdot C_\mathrm{N}} \\ &= \frac{28\,\mathrm{mAh}}{1{,}2\,\mu\mathrm{A} + 4\,\frac{\%}{\mathrm{a}} \cdot 28\,\mathrm{mAh}} \\ &\approx 2{,}41\,\mathrm{a} \end{aligned}$$

Unos 2,4 años en lugar de 2,7 años. Cuanto menor es el consumo del movimiento, más pesa la autodescarga.

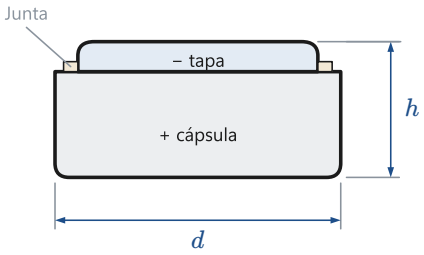


Fig. 7.1 Pila de botón: la cápsula es el polo positivo y la tapa el negativo; el diámetro d y la altura h están en la designación

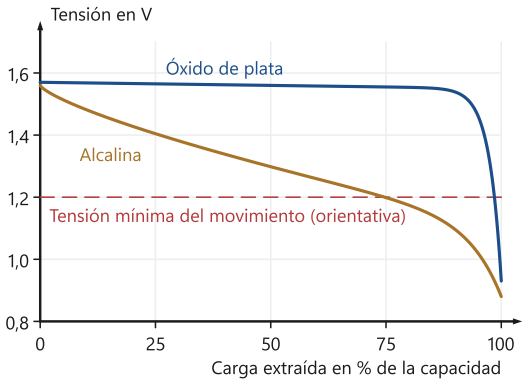


Fig. 7.2 Curvas de descarga en principio: la pila de óxido de plata mantiene su tensión hasta poco antes del final; la alcalina cae de forma continua

Sistemas de pilas para relojes

Sistema	Letras de código	Tensión nominal	Comportamiento en la descarga	Uso
Óxido de plata	SR	1,55 V	la tensión se mantiene casi igual hasta poco antes del final	estándar para relojes de pulsera de cuarzo
Alcalina de manganeso	LR	1,5 V	la tensión cae de forma continua desde el principio	sustituto económico, relojes grandes, despertadores
Litio-dióxido de manganeso	CR	3 V	la tensión se mantiene casi igual mucho tiempo	relojes de alto consumo, larga autonomía

Una pila alcalina del mismo tamaño encaja mecánicamente, pero tiene menos capacidad y una tensión decreciente. En el reloj de pulsera va la pila de óxido de plata.

Designación de pilas de botón según IEC

Parte de la designación	Significado	Ejemplo SR626SW
primera letra	sistema electroquímico: S óxido de plata, L alcalina de manganeso, C litio-dióxido de manganeso	S: óxido de plata
segunda letra	forma: R redonda	R: pila redonda
primera cifra o primeras dos cifras	diámetro en mm, redondeado por defecto a milímetros enteros	6: diámetro 6,8 mm
dos últimas cifras	altura en décimas de milímetro	26: altura 2,6 mm
sufijo del fabricante	SW: para corrientes continuas pequeñas (relojes analógicos); W: para picos de corriente altos (luz, alarma)	SW: para corrientes pequeñas

Una CR2032 es, por tanto, una pila de litio redonda de 20 mm de diámetro y 3,2 mm de altura. Designaciones antiguas como SR44 son números correlativos sin indicación de medidas.

Pilas de botón de óxido de plata usuales (1,55 V)

Designación	Número comercial	Diámetro en mm	Altura en mm	Capacidad en mAh (típica)
SR521SW	379	5,8	2,15	14 a 16
SR616SW	321	6,8	1,65	14 a 16
SR621SW	364	6,8	2,15	19 a 23
SR626SW	377	6,8	2,6	24 a 28
SR721SW	362	7,9	2,1	21 a 25
SR920SW	371	9,5	2,05	35 a 40
SR927SW	395	9,5	2,7	50 a 55
SR1130SW	390	11,6	3,05	60 a 85
SR44W	357	11,6	5,4	150 a 180

La capacidad depende del fabricante; lo determinante es la ficha técnica de la pila.

7.2 Cuarzo y divisor de frecuencia

El órgano regulador del reloj de cuarzo es un diminuto cristal de cuarzo en forma de diapasón. Oscila a 32 768 Hz, es decir, 2^{15} oscilaciones por segundo. Un divisor reduce esta frecuencia a la mitad 15 veces y obtiene así exactamente un impulso por segundo.

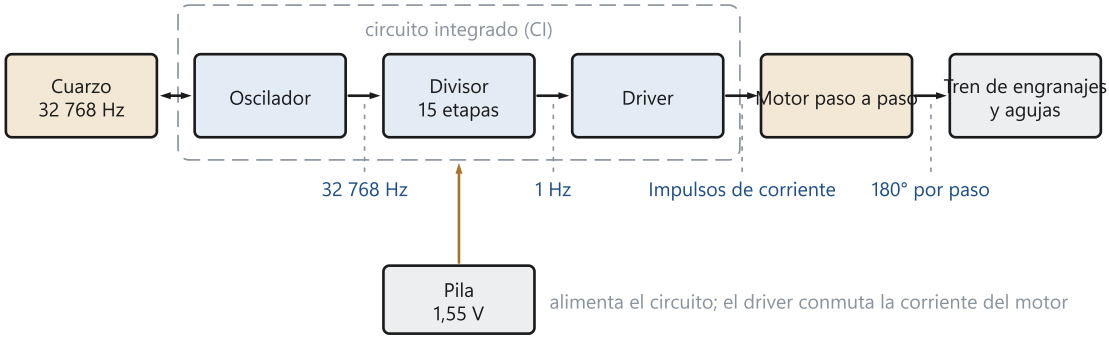


Fig. 7.3 Diagrama de bloques del reloj de cuarzo analógico

Divisor de frecuencia

(7.4) OFICIAL

$$f_{\text{aus}} = \frac{f}{2^n}$$

Cada etapa es un biestable que da un impulso de salida cada dos impulsos de entrada. Por eso se elige como frecuencia del cuarzo una potencia de dos.

f_{aus}	Frecuencia a la salida del divisor	Hz
f	Frecuencia (del cuarzo)	Hz
n	Número (de etapas del divisor; cada una divide la frecuencia por dos)	1

EJEMPLO ¿Qué frecuencia da un divisor de 15 etapas a partir de la frecuencia del cuarzo de 32 768 Hz?

Datos: $f = 32\,768\,\text{Hz}$; $n = 15$

$$\begin{aligned} f_{\text{aus}} &= \frac{f}{2^n} \\ &= \frac{32\,768\,\text{Hz}}{2^{15}} \\ &= 1\,\text{Hz} \end{aligned}$$

Exactamente 1 Hz: un impulso por segundo para el motor paso a paso.

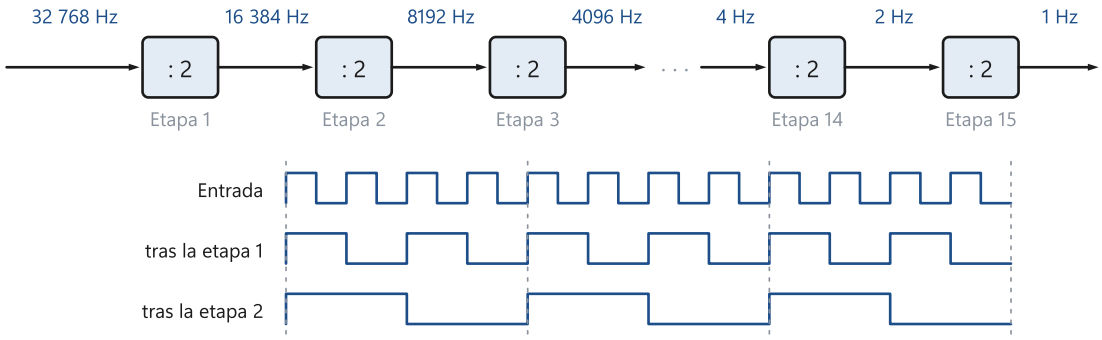


Fig. 7.4 Cadena divisora: cada etapa divide la frecuencia por dos; tras 15 etapas queda 1 Hz

Marcha del reloj de cuarzo a partir de la desviación de frecuencia

(7.5) OFICIAL

$$G = \frac{\Delta f}{f} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

G	Marcha (+ significa: el reloj adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δf	Desviación de frecuencia (+ significa: el cuarzo oscila demasiado rápido)	Hz
f	Frecuencia (frecuencia nominal del cuarzo)	Hz

Si el cuarzo oscila demasiado rápido, el reloj adelanta en la misma proporción. Las desviaciones relativas se dan en millonésimas (ppm, capítulo XL 1). Para el volante, la misma fórmula figura en la sección 3.4.

Validez: el reloj cuenta cada oscilación del cuarzo (sin inhibición).

Conviene saber: 1 ppm corresponde a 0,0864 $\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$, unos 2,6 s al mes y unos 31,5 s al año.

EJEMPLO Un cuarzo oscila a 32 768,2 Hz en lugar de 32 768 Hz, es decir, 0,2 Hz demasiado rápido. ¿Qué marcha tiene el reloj?

Datos: $\Delta f = 0{,}2\,\mathrm{Hz}$; $f = 32\,768\,\mathrm{Hz}$

$$G = \frac{\Delta f}{f} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$
$$= \frac{0{,}2\,\mathrm{Hz}}{32\,768\,\mathrm{Hz}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$
$$\approx 0{,}53\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

El reloj adelanta 0,53 s al día, unos 16 s al mes. La desviación es de 6,1 ppm.

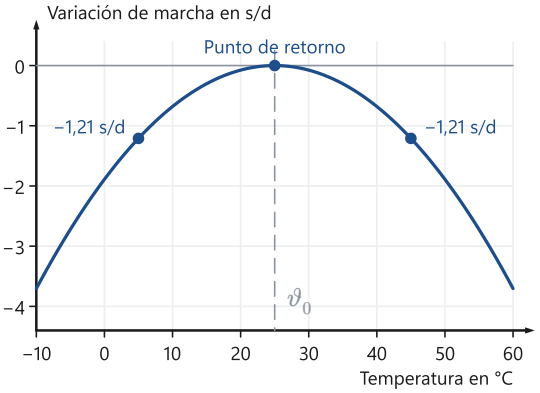


Fig. 7.5 Comportamiento térmico del cuarzo de diapasón, calculado con $\beta = 0{,}035\ \frac{\mathrm{ppm}}{\mathrm{K}^2}$ y punto de inversión a 25 °C

Comportamiento térmico del cuarzo de diapasón

(7.6) APROXIMACIÓN MAESTRO

$$\Delta G \approx -\beta \cdot (\vartheta - \vartheta_0)^2 \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

La frecuencia del cuarzo de diapasón es máxima en el punto de inversión y cae a ambos lados con el cuadrado de la diferencia de temperatura. El reloj se vuelve, pues, más lento tanto con frío como con calor que en el punto de inversión, nunca más rápido.

Validez: cuarzos de diapasón de 32 768 Hz; el coeficiente y el punto de inversión varían de un cuarzo a otro; lo determinante es la ficha técnica.

ΔG	Variación de marcha (respecto a la marcha en el punto de inversión; – significa: el reloj se atrasa)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
β	Coeficiente de temperatura del cuarzo (valor orientativo 0,03 a 0,04 ppm por kelvin al cuadrado)	$\frac{\mathrm{ppm}}{\mathrm{K}^2}$
ϑ	Temperatura (del cuarzo)	$^\circ\mathrm{C}$
ϑ_0	Temperatura del punto de inversión (unos 25 °C)	$^\circ\mathrm{C}$

Conviene saber: A ello se suma el envejecimiento: en el primer año la frecuencia de un cuarzo cambia unos pocos ppm, después cada vez más despacio. Los movimientos termocompensados miden la temperatura y compensan la parábola por cálculo.

EJEMPLO En invierno un reloj de cuarzo está a 5 °C en el coche. ¿Cuánto cambia su marcha respecto a 25 °C si el coeficiente es de 0,035 ppm por kelvin al cuadrado?

Datos: $\beta = 0{,}035\ \frac{\mathrm{ppm}}{\mathrm{K}^2}$; $\vartheta = 5^\circ\mathrm{C}$; $\vartheta_0 = 25^\circ\mathrm{C}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx -\beta \cdot (\vartheta - \vartheta_0)^2 \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -0{,}035\ \frac{\mathrm{ppm}}{\mathrm{K}^2} \cdot (5^\circ\mathrm{C} - 25^\circ\mathrm{C})^2 \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -1{,}21\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

El reloj se vuelve unos 1,2 s al día más lento. En la muñeca el cuarzo permanece cerca del punto de inversión; por eso un reloj llevado marcha más regular que uno guardado.

Inhibición: corrección de marcha suprimiendo impulsos

(7.7) MAESTRO

$$\Delta G = -\frac{N}{f \cdot t_\mathrm{I}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Los movimientos sin trimmer ajustan la marcha de forma digital. El cuarzo es a propósito algo rápido; el circuito suprime en cada período de inhibición un número memorizado de impulsos y frena así el reloj hasta la marcha nominal.

Validez: período de inhibición, según el circuito, casi siempre 60 s, en algunos movimientos 10 s, en movimientos termocompensados también varios minutos (ETA 252.511: 8 min); atenerse al dato del fabricante.

ΔG	Variación de marcha (por la inhibición; − significa: el reloj se atrasa)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
N	Número (de impulsos suprimidos por período de inhibición)	1
f	Frecuencia (de los impulsos en el punto del divisor en que se suprimen)	Hz
t_I	Período de inhibición	s

Atención: Entre correcciones el reloj funciona con la frecuencia del cuarzo sin corregir. Por eso la marcha debe medirse durante un período de inhibición completo o un múltiplo, en el impulso del motor y no en la frecuencia del cuarzo. De lo contrario, el aparato muestra un adelanto aparente.

EJEMPLO Un circuito suprime cada 60 s un impulso de la frecuencia del cuarzo de 32 768 Hz. ¿Qué valor tiene este paso mínimo de corrección?

Datos: $N = 1;\quad f = 32\,768\,\mathrm{Hz};\quad t_\mathrm{I} = 60\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned}\Delta G &= -\frac{N}{f \cdot t_\mathrm{I}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{1}{32\,768\,\mathrm{Hz} \cdot 60\,\mathrm{s}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -0{,}044\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

Cada impulso suprimido hace el reloj 0,044 s al día más lento, es decir, 0,51 ppm. Un cuarzo que oscila 5 ppm demasiado rápido necesita, pues, unos 10 impulsos suprimidos por minuto.

Regla: El cuarzo del reloj oscila a 32 768 Hz. 15 etapas divisoras obtienen de ahí el ritmo de segundos. 1 ppm son unos 2,6 s al mes.

7.3 Motor paso a paso

El motor paso a paso Lavet consta de bobina, estátor y un rotor con imán permanente bipolar. Cada impulso de corriente gira el rotor media vuelta. El impulso siguiente debe tener la polaridad invertida; de lo contrario el rotor no se mueve. Entre impulsos, las muescas de posicionamiento del estátor lo mantienen en su posición sin corriente.

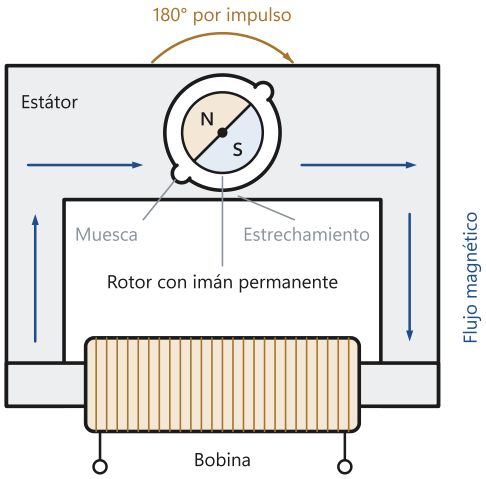


Fig. 7.6 Motor paso a paso Lavet en principio: los estrechamientos del estátor están saturados magnéticamente, por lo que el flujo de la bobina pasa por el rotor y lo gira 180° a la siguiente posición de reposo

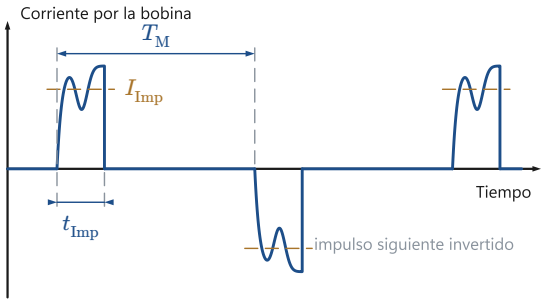


Fig. 7.7 Corriente del motor: impulsos breves de duración t_{Imp} a intervalos T_M con sentido alterno (anchura de impulso muy exagerada)

Velocidad de giro del rotor

(7.8) OFICIAL

$$n_R = \frac{f_M \cdot \varphi_S}{360°}$$

Con un impulso por segundo y media vuelta por paso, el rotor da una vuelta en dos segundos.

n_R	Velocidad de giro (del rotor)	$\frac{1}{min}$
f_M	Frecuencia de los impulsos del motor (pasos por unidad de tiempo)	Hz
φ_S	Ángulo de paso del rotor (en el motor Lavet, 180°)	°

EJEMPLO ¿A qué velocidad gira el rotor de un movimiento con segundero que da cada segundo un paso de 180°?

Datos: $f_M = 1\,Hz$; $\varphi_S = 180°$

$$\begin{aligned} n_R &= \frac{f_M \cdot \varphi_S}{360°} \\ &= \frac{1\,Hz \cdot 180°}{360°} \\ &= 0{,}5\,\frac{1}{s} \cdot 60\,\frac{s}{min} \\ &= 30\,\tfrac{1}{min} \end{aligned}$$

30 revoluciones por minuto.

Reducción del rotor a la rueda de segundos

(7.9) OFICIAL

$$i_{\mathrm{U}} = \frac{n_{\mathrm{R}}}{n_{\mathrm{S}}}$$

En el movimiento de cuarzo, el pequeño piñón del rotor acciona las ruedas y el tren de engranajes reduce la velocidad. La relación de transmisión i según el capítulo 2 es entonces menor que 1.

Más intuitivo es su inverso, la reducción: indica cuántas veces gira el rotor por una vuelta de la rueda de segundos. Es el producto, en cada etapa, de las razones entre el número de dientes de la rueda y el del piñón que la acciona.

i_{U}	Reducción (velocidad de giro del rotor motriz entre la de la rueda de segundos; inverso de la relación de transmisión i del capítulo 2)	1
n_{R}	Velocidad de giro (del rotor)	$\frac{1}{\mathrm{min}}$
n_{S}	Velocidad de giro de la rueda de segundos (una vuelta por minuto)	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

EJEMPLO El rotor da 30 vueltas por minuto y la rueda de segundos, una. ¿Qué reducción necesita el tren de engranajes intermedio?

Datos: $n_{\mathrm{R}} = 30\ \frac{1}{\mathrm{min}}$; $\quad n_{\mathrm{S}} = 1\ \frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} i_{\mathrm{U}} &= \frac{n_{\mathrm{R}}}{n_{\mathrm{S}}} \\ &= \frac{30\ \frac{1}{\mathrm{min}}}{1\ \frac{1}{\mathrm{min}}} \\ &= 30 \end{aligned}$$

30, por ejemplo en dos etapas de 6 y 5: el segundero avanza 6° por paso, una división de segundo.

Consumo medio del movimiento

(7.10) MAESTRO

$$I_{\mathrm{m}} = \frac{I_{\mathrm{Imp}} \cdot t_{\mathrm{Imp}}}{T_{\mathrm{M}}} + I_{\mathrm{IC}}$$

El motor solo consume corriente durante el breve impulso. Promediado sobre todo el segundo, queda la fracción duración del impulso entre período; a ello se suma la pequeña corriente permanente del circuito.

Validez: secuencia regular de impulsos iguales. Un aparato de medida lento o una medición de varios segundos muestra este valor medio.

I_{m}	Consumo medio del movimiento	$\mu\mathrm{A}$
I_{Imp}	Corriente por la bobina durante el impulso (valor medio durante el impulso)	mA
t_{Imp}	Duración del impulso	ms
T_{M}	Período de los impulsos del motor (con paso de segundo, 1 s)	s
I_{IC}	Consumo del circuito con oscilador	$\mu\mathrm{A}$

Conviene saber: En movimientos con interruptor de parada, el motor se detiene con la corona sacada y solo circula la corriente del circuito. Así pueden medirse ambas partes por separado. Si el tren de engranajes va duro, muchos circuitos alargan el impulso y el consumo aumenta.

EJEMPLO Durante el impulso de 3,9 ms circulan de media 0,24 mA. El circuito necesita 0,15 µA. ¿Cuál es el consumo medio con un paso por segundo?

Datos: $I_{\mathrm{Imp}} = 0{,}24\,\mathrm{mA}$; $\quad t_{\mathrm{Imp}} = 3{,}9\,\mathrm{ms}$; $\quad T_{\mathrm{M}} = 1\,\mathrm{s}$; $\quad I_{\mathrm{IC}} = 0{,}15\,\mu\mathrm{A}$

$$\begin{aligned} I_{\mathrm{m}} &= \frac{I_{\mathrm{Imp}} \cdot t_{\mathrm{Imp}}}{T_{\mathrm{M}}} + I_{\mathrm{IC}} \\ &= \frac{0{,}24\,\mathrm{mA} \cdot 3{,}9\,\mathrm{ms}}{1\,\mathrm{s}} + 0{,}15\,\mu\mathrm{A} \\ &= 1{,}09\,\mu\mathrm{A} \end{aligned}$$

Unos 1,1 µA, un valor habitual para un movimiento de tres agujas. El motor consume algo más del 85 %.

Energía de un impulso del motor

(7.11) MAESTRO

$$W = U \cdot I_{\mathrm{Imp}} \cdot t_{\mathrm{Imp}}$$

Esta es la energía que un paso extrae de la pila. Solo una parte mueve el rotor y el tren de engranajes; el resto se convierte en calor en la bobina.

Validez: tensión aproximadamente constante durante el impulso.

W	Trabajo (trabajo eléctrico por impulso)	J
U	Tensión (de la pila bajo carga)	V
I_{Imp}	Corriente por la bobina durante el impulso (valor medio durante el impulso)	mA
t_{Imp}	Duración del impulso	ms

EJEMPLO ¿Qué energía cuesta un impulso de 3,9 ms con una media de 0,24 mA a 1,55 V?

Datos: $U = 1{,}55\,\mathrm{V}$; $I_{\mathrm{Imp}} = 0{,}24\,\mathrm{mA}$; $t_{\mathrm{Imp}} = 3{,}9\,\mathrm{ms}$

$$\begin{aligned} W &= U \cdot I_{\mathrm{Imp}} \cdot t_{\mathrm{Imp}} \\ &= 1{,}55\,\mathrm{V} \cdot 0{,}24\,\mathrm{mA} \cdot 3{,}9\,\mathrm{ms} \\ &\approx 1{,}45\,\mu\mathrm{J} \end{aligned}$$

Unos 1,5 µJ por paso. En un día con 86 400 pasos son 0,13 J.

7.4 Mediciones en el reloj de cuarzo

Con pocas mediciones puede acotarse casi cualquier defecto de un reloj de cuarzo: pila, consumo, tensión mínima de funcionamiento, bobina y marcha. Los valores de la tabla son orientativos para movimientos de tres agujas. Son vinculantes los datos de la documentación técnica del calibre.

Magnitudes de control del reloj de cuarzo analógico (valores orientativos)

Magnitud de control	Valor orientativo	Significado
Tensión de la pila sin carga (óxido de plata)	1,55 V a 1,6 V	solo indica el sistema; dice poco del estado de la pila
Tensión de la pila con carga ligera (medida en el reloj)	al menos 1,5 V	por debajo, sustituir la pila; con una resistencia de carga fuerte del comprobador (unos cientos de ohmios) la tensión puede bajar más; allí vale la escala del aparato
Consumo del movimiento	según el calibre, como máximo 0,7 µA a 1,3 µA	medido sin pila a 1,55 V; demasiado alto: tren de engranajes duro, suciedad, humedad o cortocircuito; los cronógrafos y movimientos con funciones adicionales necesitan más, unos 3 µA a 6,5 µA
Consumo con la corona sacada (movimientos con interruptor de parada)	como máximo 0,4 µA a 0,5 µA	solo el circuito; demasiado alto: circuito o placa de circuito defectuosos
Tensión mínima de funcionamiento	como máximo 1,3 V	bajar la tensión de alimentación desde 1,55 V hasta que el movimiento se pare; hasta 1,3 V debe seguir dando con seguridad cada paso. Si se para antes, el tren de engranajes va demasiado duro o el motor o el circuito están defectuosos
Resistencia de la bobina	según el calibre, unos 0,8 kΩ a 2,7 kΩ	sin continuidad: hilo interrumpido; claramente demasiado baja: cortocircuito entre espiras. Medir con una tensión de prueba baja, como máximo 0,4 V, mejor 0,2 V
Resistencia de aislamiento (bobina respecto a la platina)	sin continuidad (indicación infinito)	si el aparato indica una resistencia: humedad, aislamiento dañado
Marcha	según el fabricante, unos −10 s a +20 s al mes, es decir, −0,3 $\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$ a +0,7 $\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	medir en el impulso del motor durante el período de inhibición, casi siempre 60 s (sección 7.2)

Valores orientativos de datos de fabricantes, medidos a 20 °C–25 °C. Ejemplos de consumo máximo admisible: ETA 902.002 0,7 µA, Ronda 1005 0,95 µA, ETA F06.111 1,1 µA, ETA 255.411 1,2 µA, ETA 805.112 1,3 µA; cronógrafo ETA G10.211 3,5 µA, con el cronógrafo en marcha 6,5 µA. Ejemplos de resistencia de bobina: ETA 805.112 0,8 kΩ a 1,1 kΩ, ETA 255.411 1,3 kΩ a 1,75 kΩ, Ronda 1005 2,5 kΩ a 2,7 kΩ. Son vinculantes los valores nominales y las condiciones de prueba de la documentación técnica del calibre.

Regla: Primero la pila bajo carga, luego el consumo, luego la tensión mínima de funcionamiento. Si las tres son correctas, el defecto rara vez está en la electrónica.

8 Tiempo y calendario

Nuestros relojes muestran el tiempo solar medio: un día solar imaginario, totalmente uniforme, de 86 400 s. El Sol verdadero, las estrellas y la Luna no se atienen a esta medida. Para un reloj de tiempo sidéreo, un calendario perpetuo, una indicación de la ecuación de tiempo o una fase lunar necesitamos los números y fórmulas de este capítulo.

Al final figuran las escalas de los cronógrafos: taquímetro, telémetro y pulsómetro. En este capítulo E es la ecuación de tiempo, λ la longitud geográfica, s un recorrido y c la velocidad del sonido. Los números de dientes de los mecanismos de calendario y de fase lunar figuran en el capítulo 2.

8.1 Día y año

Un día es una rotación de la Tierra, pero ¿medida respecto a qué? Respecto al Sol dura de media 24 h; respecto a las estrellas, unos 4 min menos. La razón: en un día la Tierra avanza casi 1° en su órbita y debe girar ese tramo adicional hasta que el Sol vuelve a estar en el sur.

Medidas de tiempo astronómicas (valores medios para la época actual)

Medida de tiempo	Duración	desarrollada	Referencia
Día solar medio	$86\,400\,\mathrm{s}$	24 h	del Sol en el sur al Sol en el sur, promediado a lo largo del año
Día sidéreo	$86\,164{,}09\,\mathrm{s}$	23 h 56 min 4,09 s	una rotación de la Tierra respecto a las estrellas
Año trópico	$365{,}242\,19\,\mathrm{d}$	365 d 5 h 48 min 45 s	de equinoccio de primavera a equinoccio de primavera; año de las estaciones
Año sidéreo	$365{,}256\,36\,\mathrm{d}$	365 d 6 h 9 min 10 s	una vuelta de la Tierra respecto a las estrellas
Mes sinódico	$29{,}530\,59\,\mathrm{d}$	29 d 12 h 44 min 3 s	de luna nueva a luna nueva; mes de las fases lunares
Mes sidéreo	$27{,}321\,66\,\mathrm{d}$	27 d 7 h 43 min 11 s	una vuelta de la Luna respecto a las estrellas

Los días son aquí siempre días solares medios. El calendario se rige por el año trópico; la fase lunar, por el mes sinódico. Un mes sinódico concreto se aparta de la media hasta unas 7 h.

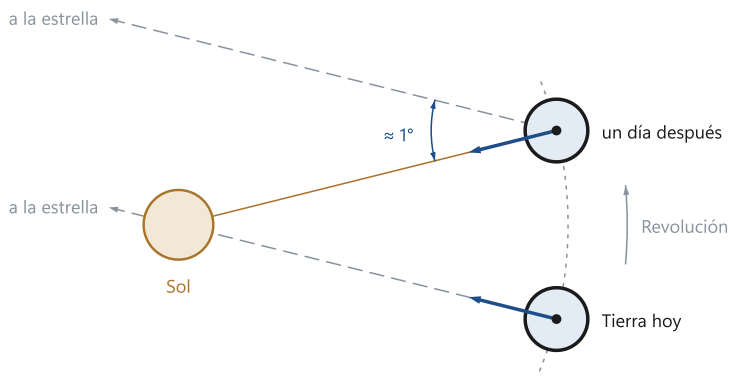


Fig. 8.1 Día sidéreo y día solar: tras una rotación completa respecto a las estrellas (dirección discontinua), la Tierra debe girar todavía casi 1° hasta que el Sol vuelve a estar en el sur (ángulo muy exagerado)

Día sidéreo a partir del día solar y el año

(8.1) MAESTRO

$$T_{\mathrm{St}} = \frac{T_{\mathrm{So}} \cdot T_{\mathrm{J}}}{T_{\mathrm{J}} + T_{\mathrm{So}}}$$

T_{St}	Día sidéreo	s
T_{So}	Día solar medio	s
T_{J}	Año trópico	d

En un año la Tierra gira respecto a las estrellas exactamente una vez más que respecto al Sol: a 365,2422 días solares corresponden 366,2422 días sidéreos. De ahí resulta la duración del día sidéreo.

Validez: valores medios para la época actual.

EJEMPLO ¿Cuánto dura el día sidéreo si el año trópico tiene 365,2422 días solares medios?

Datos: $T_{\mathrm{So}} = 1\,\mathrm{d}$; $T_{\mathrm{J}} = 365{,}2422\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} T_{\mathrm{St}} &= \frac{T_{\mathrm{So}} \cdot T_{\mathrm{J}}}{T_{\mathrm{J}} + T_{\mathrm{So}}} \\ &= \frac{1\,\mathrm{d} \cdot 365{,}2422\,\mathrm{d}}{365{,}2422\,\mathrm{d} + 1\,\mathrm{d}} \\ &= 0{,}997\,269\,6\,\mathrm{d} \\ &\approx 86\,164{,}1\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

El día sidéreo dura 23 h 56 min 4,1 s. Es 3 min 55,9 s más corto que el día solar medio.

Marcha de un reloj de tiempo sidéreo respecto al tiempo medio

(8.2) MAESTRO

$$G = \frac{T_{\mathrm{So}} - T_{\mathrm{St}}}{T_{\mathrm{St}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

G	Marcha (+ significa: el reloj adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
T_{So}	Día solar medio	s
T_{St}	Día sidéreo	s

Un reloj de tiempo sidéreo cuenta días sidéreos; su día es, por tanto, más corto. Medido con un reloj de tiempo medio, adelanta cada día casi 4 min.

Conviene saber: Para el reloj de péndulo esto significa: el péndulo de segundos para tiempo sidéreo es unos 5,4 mm más corto que el péndulo de segundos para tiempo medio (capítulo 4).

EJEMPLO Un reloj de tiempo sidéreo se regula con un reloj radiocontrolado que muestra tiempo medio. ¿Qué marcha debe tener respecto al reloj radiocontrolado?

Datos: $T_{\mathrm{So}} = 86\,400\,\mathrm{s}$; $T_{\mathrm{St}} = 86\,164{,}09\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{T_{\mathrm{So}} - T_{\mathrm{St}}}{T_{\mathrm{St}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{86\,400\,\mathrm{s} - 86\,164{,}09\,\mathrm{s}}{86\,164{,}09\,\mathrm{s}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx 236{,}6\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

El reloj de tiempo sidéreo debe adelantar 236,6 s al día, es decir, 3 min 56,6 s. En un año gana exactamente un día.

Mes sinódico a partir de la revolución lunar

(8.3) AMPLIACIÓN

$$T_{\text{syn}} = \frac{T_{\text{sid}} \cdot T_{\text{E}}}{T_{\text{E}} - T_{\text{sid}}}$$

Durante una revolución lunar la Tierra sigue avanzando en su órbita. Por eso la Luna necesita algo más de dos días adicionales hasta volver a situarse entre la Tierra y el Sol. Con la misma fórmula, una aguja rápida alcanza a una lenta.

Validez: valores medios; ambas revoluciones en el mismo sentido de giro.

T_{syn}	Mes sinódico (de luna nueva a luna nueva)	d
T_{sid}	Mes sidéreo (una vuelta de la Luna respecto a las estrellas)	d
T_{E}	Año sidéreo (una vuelta de la Tierra respecto a las estrellas)	d

EJEMPLO La Luna da una vuelta a la Tierra en 27,321 66 días y la Tierra una vuelta al Sol en 365,256 36 días. ¿Cuánto tiempo pasa de luna nueva a luna nueva?

Datos: $T_{\text{sid}} = 27{,}321\,66\,\text{d}$; $T_{\text{E}} = 365{,}256\,36\,\text{d}$

$$\begin{aligned} T_{\text{syn}} &= \frac{T_{\text{sid}} \cdot T_{\text{E}}}{T_{\text{E}} - T_{\text{sid}}} \\ &= \frac{27{,}321\,66\,\text{d} \cdot 365{,}256\,36\,\text{d}}{365{,}256\,36\,\text{d} - 27{,}321\,66\,\text{d}} \\ &\approx 29{,}5306\,\text{d} \end{aligned}$$

Unos 29,53 días. Este número debe reproducirlo un mecanismo de fases lunares con sus números de dientes (capítulo 2).

8.2 Calendario

El año del calendario tiene días enteros; el año trópico, no. Los días bisiestos compensan la diferencia. Lo buena que es una regla de intercalación lo muestra la duración media de su año.

Regla de los años bisiestos

Calendario	Año bisiesto (366 días, con 29 de febrero)	Duración media del año
juliano	todo año cuyo número sea divisible por 4	$365{,}25\,\text{d}$
gregoriano (desde 1582)	divisible por 4; los años seculares solo si son divisibles por 400	$365{,}2425\,\text{d}$

Según la regla gregoriana, 1700, 1800 y 1900 no fueron bisiestos, 2000 sí lo fue y 2100 de nuevo no lo será.

Duración media del año del calendario

(8.4) OFICIAL

$$T_{\text{K}} = 365\,\text{d} + \frac{1\,\text{d} \cdot n_{\text{S}}}{n_{\text{Z}}}$$

Cada año bisiesto aporta un día más. Repartido entre todo el ciclo, da la duración media del año.

T_{K}	Duración media del año del calendario	d
n_{S}	Número de años bisiestos en el ciclo	1
n_{Z}	Número de años del ciclo	1

EJEMPLO El calendario gregoriano tiene 97 años bisiestos en 400 años. ¿Cuánto dura su año de media?

Datos: $n_{\text{S}} = 97$; $n_{\text{Z}} = 400$

$$\begin{aligned} T_{\text{K}} &= 365\,\text{d} + \frac{1\,\text{d} \cdot n_{\text{S}}}{n_{\text{Z}}} \\ &= 365\,\text{d} + \frac{1\,\text{d} \cdot 97}{400} \\ &= 365{,}2425\,\text{d} \end{aligned}$$

365,2425 días. La regla juliana, con un año bisiesto cada cuatro años, da 365,25 días.

Años hasta un día de desviación

(8.5) MAESTRO

$$n_{\mathrm{F}} = \frac{1\,\mathrm{d}}{T_{\mathrm{K}} - T_{\mathrm{J}}}$$

Si el año del calendario es más largo que el año trópico, el calendario se retrasa respecto a las estaciones: el equinoccio de primavera cae en una fecha cada vez más temprana.

Validez: duración actual del año trópico; cambia unos segundos en milenios.

n_{F}	Número de años hasta que el calendario se desvía un día del año solar	1
T_{K}	Duración media del año del calendario	d
T_{J}	Año trópico	d

EJEMPLO ¿Al cabo de cuántos años se desvía el calendario juliano un día respecto al curso de las estaciones?

Datos: $T_{\mathrm{K}} = 365{,}25\,\mathrm{d}$; $T_{\mathrm{J}} = 365{,}242\,19\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{F}} &= \frac{1\,\mathrm{d}}{T_{\mathrm{K}} - T_{\mathrm{J}}} \\ &= \frac{1\,\mathrm{d}}{365{,}25\,\mathrm{d} - 365{,}242\,19\,\mathrm{d}} \\ &\approx 128 \end{aligned}$$

Al cabo de 128 años. Desde el Concilio de Nicea, en el año 325, hasta 1582 se habían acumulado diez días, que se suprimieron en la reforma del calendario. El calendario gregoriano, con 365,2425 días, necesita unos 3200 años para un día.



Fig. 8.2 Ciclo de cuatro años del calendario perpetuo: $3 \cdot 365 + 366 = 1461$ días

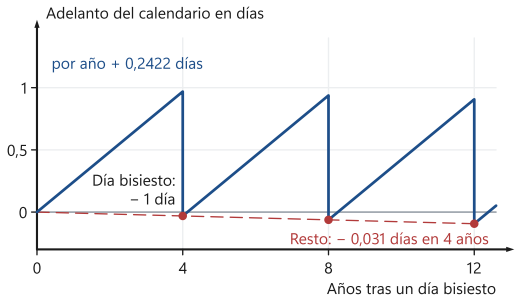


Fig. 8.3 Sin día bisiesto, el año del calendario es 0,2422 días demasiado corto; el día bisiesto recupera cada cuatro años un día entero

Días del ciclo de años bisiestos

(8.6) OFICIAL

$$N_\mathrm{d} = 365 \cdot n_\mathrm{Z} + n_\mathrm{S}$$

El calendario perpetuo conoce la duración de los meses y el año bisiesto. Su rueda programadora da una vuelta en cuatro años.

N_d	Número de días del ciclo	1
n_Z	Número de años del ciclo	1
n_S	Número de años bisiestos en el ciclo	1

Atención: Un calendario perpetuo con ciclo de cuatro años no conoce la regla de los siglos. En el año 2100 muestra un 29 de febrero y el 1 de marzo de 2100 debe adelantarse un día; lo mismo en 2200 y 2300. Solo un calendario secular reproduce el ciclo de 400 años.

EJEMPLO Un calendario perpetuo reproduce cuatro años con un año bisiesto. ¿Cuántos días tiene este ciclo?

Datos: $n_\mathrm{Z} = 4$; $n_\mathrm{S} = 1$

$$\begin{aligned} N_\mathrm{d} &= 365 \cdot n_\mathrm{Z} + n_\mathrm{S} \\ &= 365 \cdot 4 + 1 \\ &= 1461 \end{aligned}$$

1461 días o 48 meses; eso tarda la rueda de años bisiestos en dar una vuelta. El ciclo gregoriano de 400 años tiene 146 097 días. Son exactamente 20 871 semanas; por eso tras 400 años se repiten también los días de la semana.

Regla: 365 días son 52 semanas y un día. Por eso una fecha avanza cada año un día de la semana, y dos si pasa por un día bisiesto.

8.3 Ecuación de tiempo

El Sol verdadero se mueve de forma irregular a lo largo del año: la órbita terrestre es una elipse y el eje de la Tierra está inclinado respecto a la órbita. Por eso un reloj de sol marca hasta algo más de un cuarto de hora distinto que un reloj de marcha uniforme. Esta diferencia se llama ecuación de tiempo.

Ecuación de tiempo

(8.7) MAESTRO

$$E = t_\mathrm{W} - t_\mathrm{M}$$

DESPEJADA $t_\mathrm{M} = t_\mathrm{W} - E$

La ecuación de tiempo es el tiempo solar verdadero menos el tiempo solar medio. Solo depende de la fecha, no del lugar.

E	Ecuación de tiempo (+ significa: el reloj de sol adelanta)	min
t_W	Tiempo solar verdadero local (indicación del reloj de sol)	min
t_M	Tiempo medio local	min

Atención: Las tablas antiguas y algunos relojes con indicación de la ecuación de tiempo calculan con el signo opuesto (tiempo medio menos tiempo verdadero). Antes de ajustar, comprobar qué sentido se usa.

EJEMPLO El 11 de febrero la ecuación de tiempo es de −14,2 min. Un reloj de sol marca las 12:00, es decir, 720 min después de medianoche. ¿Qué hora es en tiempo medio local?

Datos: $t_\mathrm{W} = 720\,\mathrm{min}$; $E = -14{,}2\,\mathrm{min}$

$$\begin{aligned} t_\mathrm{M} &= t_\mathrm{W} - E \\ &= 720\,\mathrm{min} - (-14{,}2\,\mathrm{min}) \\ &= 734{,}2\,\mathrm{min} \end{aligned}$$

734,2 min después de medianoche: son las 12:14 en tiempo medio local. El reloj de sol atrasa algo más de 14 min.

Ángulo anual para la ecuación de tiempo

(8.8) AMPLIACIÓN

$$B = \frac{360° \cdot (N - 81)}{364}$$

El ángulo anual divide el año en 360° y empieza el 22 de marzo, el día 81. Es solo una magnitud auxiliar para la fórmula aproximada.

B	Ángulo anual (magnitud auxiliar; 0° el 22 de marzo)	°
N	Número del día en el año (1 de enero = 1)	1

EJEMPLO El 3 de noviembre es, en un año común, el día 307. ¿Cuál es el ángulo anual?

Datos: $N = 307$

$$\begin{aligned} B &= \frac{360° \cdot (N - 81)}{364} \\ &= \frac{360° \cdot (307 - 81)}{364} \\ &\approx 223{,}5° \end{aligned}$$

Unos 223,5°. Con este ángulo calcula la fórmula siguiente.

Ecuación de tiempo a partir de la fecha

(8.9) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$E \approx 9{,}87\,\text{min} \cdot \sin(2 \cdot B) - 7{,}53\,\text{min} \cdot \cos B - 1{,}5\,\text{min} \cdot \sin B$$

La fórmula reproduce las dos causas: el término con $2B$ procede de la inclinación del eje terrestre y tiene dos ondas al año; los términos con B proceden de la órbita elíptica y tienen una onda al año.

Validez: aproximación, con precisión de un minuto aproximadamente (desviación máxima, según el año, de hasta unos 1,4 min, a principios de diciembre). Para relojes de sol y para comprobar una indicación de la ecuación de tiempo basta; los valores diarios exactos figuran en los anuarios astronómicos.

E	Ecuación de tiempo (+ significa: el reloj de sol adelanta)	min
B	Ángulo anual (magnitud auxiliar; 0° el 22 de marzo)	°

Nota: Para el 11 de febrero (día 42, $B = -38{,}6°$) la aproximación da −14,6 min, y la tabla de valores extremos −14,2 min. Diferencias así, de unas décimas de minuto, están dentro de la precisión de la aproximación; para ajustar valen los valores de la tabla.

EJEMPLO ¿Cuál es la ecuación de tiempo el 3 de noviembre con el ángulo anual de 223,5° del ejemplo anterior?

Datos: $B = 223{,}5°$

$$\begin{aligned} E &\approx 9{,}87\,\text{min} \cdot \sin(2 \cdot B) - 7{,}53\,\text{min} \cdot \cos B - 1{,}5\,\text{min} \cdot \sin B \\ &= 9{,}87\,\text{min} \cdot \sin(2 \cdot 223{,}5°) - 7{,}53\,\text{min} \cdot \cos(223{,}5°) - 1{,}5\,\text{min} \cdot \sin(223{,}5°) \\ &\approx 16{,}4\,\text{min} \end{aligned}$$

Unos +16,4 min: a principios de noviembre el reloj de sol es cuando más adelanta.

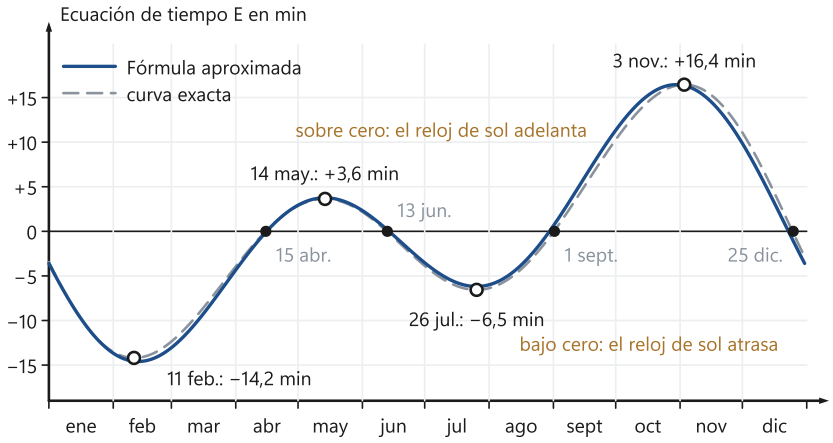


Fig. 8.4 Ecuación de tiempo a lo largo del año: fórmula aproximada y curva exacta

Valores extremos de la ecuación de tiempo (redondeados, para la época actual)

Fecha	E	Reloj de sol respecto al tiempo medio local
11 de febrero	−14,2 min	atrasa al máximo
15 de abril	0	coincide
14 de mayo	+3,6 min	adelanta (máximo pequeño)
13 de junio	0	coincide
26 de julio	−6,5 min	atrasa (mínimo pequeño)
1 de septiembre	0	coincide
3 de noviembre	+16,4 min	adelanta al máximo
25 de diciembre	0	coincide

Según la posición en el ciclo de años bisiestos, los días se desplazan hasta un día.

8.4 Hora local y hora del huso

El tiempo medio local depende de la longitud: el Sol recorre 15 grados de longitud en una hora; para un grado necesita 4 min. Para que cada lugar no tenga su propia hora, en un huso horario rige en todas partes la hora local del meridiano del huso. Para la hora central europea (CET) es el meridiano 15° Este.

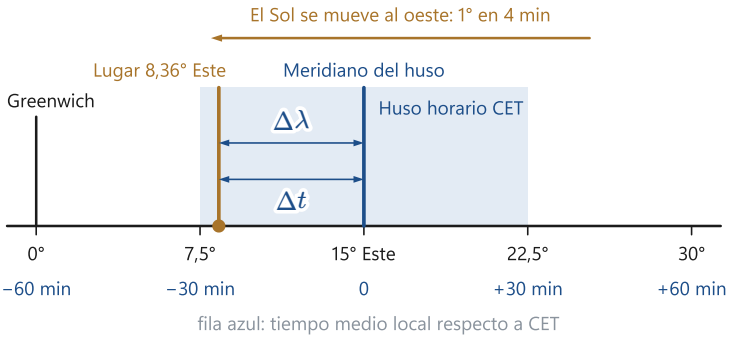


Fig. 8.5 Hora local y hora del huso: un lugar al oeste del meridiano del huso tiene el Sol en el sur más tarde

Hora local a partir de la longitud

(8.10) OFICIAL

$$\Delta t = \frac{(\lambda - \lambda_Z) \cdot 4\,\text{min}}{1^\circ}$$

Al este del meridiano del huso la hora local va por delante de la hora del huso; al oeste, por detrás.

Validez: longitudes al este de Greenwich positivas, al oeste negativas.

Δt	Diferencia de hora local (tiempo medio local menos hora del huso; + significa: la hora local va adelantada)	min
λ	Longitud geográfica del lugar (longitud este positiva)	°
λ_Z	Longitud geográfica del meridiano del huso (CET: 15° Este)	°

EJEMPLO Un taller está a 8,36° de longitud este. ¿Cuánto se aparta su tiempo medio local de la CET?

Datos: $\lambda = 8{,}36^\circ$; $\lambda_Z = 15^\circ$

$$\begin{aligned}\Delta t &= \frac{(\lambda - \lambda_Z) \cdot 4\,\text{min}}{1^\circ} \\ &= \frac{(8{,}36^\circ - 15^\circ) \cdot 4\,\text{min}}{1^\circ} \\ &\approx -26{,}6\,\text{min}\end{aligned}$$

El tiempo medio local va 26,6 min por detrás de la CET. El Sol medio no está en el sur aquí hasta las 12:26:34 CET.

Hora del huso a partir del reloj de sol

(8.11) MAESTRO

$$t_Z = t_W - E - \Delta t$$

Dos correcciones llevan del reloj de sol al reloj de pulsera: la ecuación de tiempo para la fecha y la diferencia de hora local para la longitud.

Validez: reloj de sol que marca el tiempo solar verdadero local. Algunos relojes de sol ya están trazados para la longitud de su emplazamiento; entonces se omite Δt.

t_Z	Hora del huso (CET)	min
t_W	Tiempo solar verdadero local (indicación del reloj de sol)	min
E	Ecuación de tiempo (+ significa: el reloj de sol adelanta)	min
Δt	Diferencia de hora local (tiempo medio local menos hora del huso; + significa: la hora local va adelantada)	min

EJEMPLO El 3 de noviembre, el reloj de sol del taller del ejemplo anterior marca las 12:00, es decir, 720 min. La ecuación de tiempo es de +16,4 min. ¿Qué hora es en CET?

Datos: $t_W = 720\,\text{min}$; $E = 16{,}4\,\text{min}$; $\Delta t = -26{,}6\,\text{min}$

$$\begin{aligned}t_Z &= t_W - E - \Delta t \\ &= 720\,\text{min} - 16{,}4\,\text{min} - (-26{,}6\,\text{min}) \\ &= 730{,}2\,\text{min}\end{aligned}$$

730,2 min después de medianoche, es decir, las 12:10 CET. En horario de verano se suma una hora.

8.5 Fase lunar

La fase lunar se repite de media cada 29,530 59 días. La edad de la Luna cuenta los días desde la última luna nueva; por ella se ajusta una indicación de fases lunares. Cómo se aproximan los 29,53 días con números de dientes y qué error tiene la indicación figura en el capítulo 2.

Edad de la Luna a partir de la fecha

(8.12) MAESTRO

$$a = t - k \cdot T_{\text{syn}}$$

Del intervalo desde una luna nueva conocida se restan todas las revoluciones lunares completas. Lo que queda es la edad de la Luna.

Validez: revolución lunar media; la fase verdadera puede apartarse de ella hasta un día aproximadamente. Para ajustar una indicación de fases lunares es suficiente.

a	Edad de la Luna (días desde la última luna nueva)	d
t	Tiempo (desde una luna nueva conocida)	d
k	Número (de revoluciones lunares completadas desde entonces; el mayor número entero para el que a no sea negativo)	1
T_{syn}	Mes sinódico (de luna nueva a luna nueva)	d

EJEMPLO El 12 de agosto de 2026 hubo luna nueva. ¿Qué edad tiene la Luna el 24 de diciembre de 2026, es decir, 134 días después? En 134 días se completan 4 revoluciones.

Datos: $t = 134\,\mathrm{d}$; $k = 4$; $T_{\text{syn}} = 29{,}530\,59\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} a &= t - k \cdot T_{\text{syn}} \\ &= 134\,\mathrm{d} - 4 \cdot 29{,}530\,59\,\mathrm{d} \\ &\approx 15{,}9\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

La edad de la Luna es de unos 15,9 días. La luna llena es a los 14,8 días; la Luna acaba, pues, de estar llena.

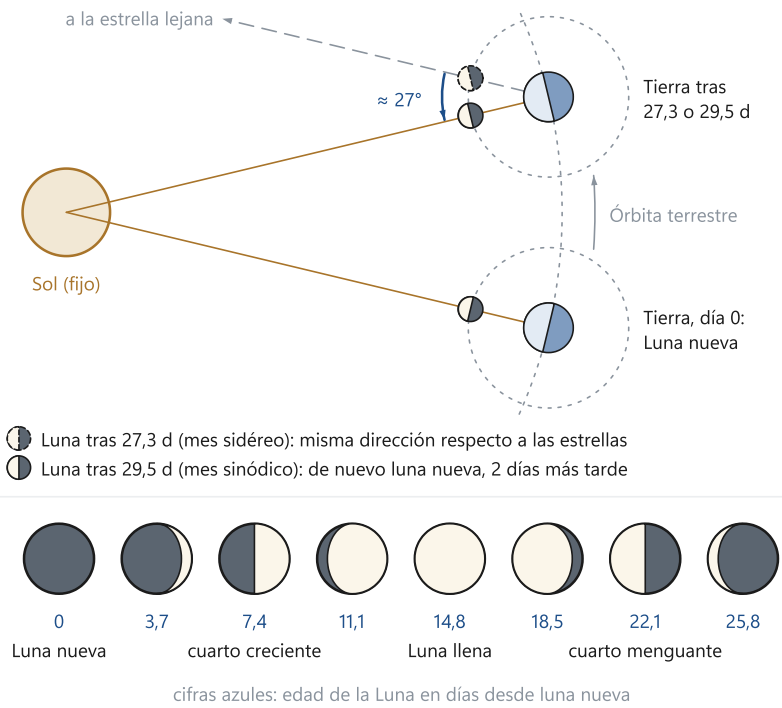


Fig. 8.6 Arriba: Sol fijo, Tierra en su órbita, Luna alrededor de la Tierra. Tras un mes sidéreo (27,3 d), la Luna vuelve a estar en la misma dirección respecto a las estrellas; hasta la luna nueva necesita algo más de dos días adicionales (mes sinódico, 29,5 d; tamaños no a escala). Abajo: fases lunares vistas desde el hemisferio norte, con la edad media de la Luna

8.6 Escalas del cronógrafo

Muchos cronógrafos llevan en el bisel o en la esfera una escala que convierte de inmediato el tiempo cronometrado en otra magnitud. Detrás de cada escala hay una fórmula sencilla. Con ella puede comprobarse una escala o calcularse para una esfera nueva.

Velocidad a partir del tramo de medición y el tiempo cronometrado

(8.13) OFICIAL

$$v = \frac{s}{t}$$

v	Velocidad	$\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$
s	Recorrido (tramo de medición)	km
t	Tiempo (cronometrado)	s

El cronógrafo se pone en marcha al principio de un tramo conocido y se detiene al final.

Validez: velocidad constante en el tramo de medición.

EJEMPLO Un tren tarda 45 s en recorrer el tramo entre dos postes kilométricos. ¿A qué velocidad va?

Datos: $s = 1\,\mathrm{km}; \quad t = 45\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} v &= \frac{s}{t} \\ &= \frac{1\,\mathrm{km}}{45\,\mathrm{s}} \\ &= \frac{1\,\mathrm{km}}{45\,\mathrm{s}} \cdot 3600\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}} \\ &= 80\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

El tren va a 80 km por hora.

Escala taquimétrica

(8.14) ECUACIÓN NUMÉRICA OFICIAL

$$v = \frac{3600}{t}$$

v	Velocidad (valor de la escala en km por hora)	$\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$
t	Tiempo (cronometrado, en s)	s

La escala taquimétrica es la fórmula anterior para un tramo de medición de 1 km: al detener tras t segundos, la aguja señala la velocidad. Del mismo modo, la escala cuenta piezas por hora si se cronometra el tiempo de una pieza.

Validez: valores numéricos: t en s; tramo de medición 1 km (o 1 milla, y entonces millas por hora). La escala solo llega hasta 60 s. En procesos más lentos, cronometrar la mitad del tramo y dividir por dos el valor de la escala.

EJEMPLO ¿Qué número figura en una escala taquimétrica a los 24 s?

Datos: $t = 24\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} v &= \frac{3600}{t} \\ &= \frac{3600}{24} \\ &= 150\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

A los 24 s figura el 150.

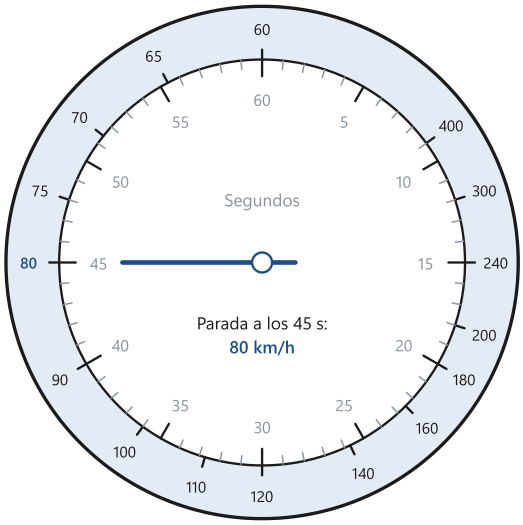


Fig. 8.7 Escala taquimétrica: valor de la escala igual a 3600 dividido entre los segundos

Telémetro: distancia a partir del tiempo de recorrido del sonido

(8.15) OFICIAL

$$s = c \cdot t$$

El relámpago se ve prácticamente al instante; el trueno necesita casi 3 s por cada kilómetro. La escala telemétrica indica, para el tiempo cronometrado, la distancia en kilómetros.

Validez: velocidad del sonido en el aire a 20 °C: $343\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; se desprecia el tiempo de recorrido de la luz.

s	Recorrido (distancia)	m
c	Velocidad del sonido (en el aire)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
t	Tiempo (cronometrado, entre la señal luminosa y el sonido)	s

EJEMPLO Entre el relámpago y el trueno se cronometran 6 s. ¿A qué distancia está la tormenta?

Datos: $c = 343\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}; \quad t = 6\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} s &= c \cdot t \\ &= 343\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 6\,\mathrm{s} \\ &\approx 2{,}06\,\mathrm{km} \end{aligned}$$

La tormenta está a unos 2 km.

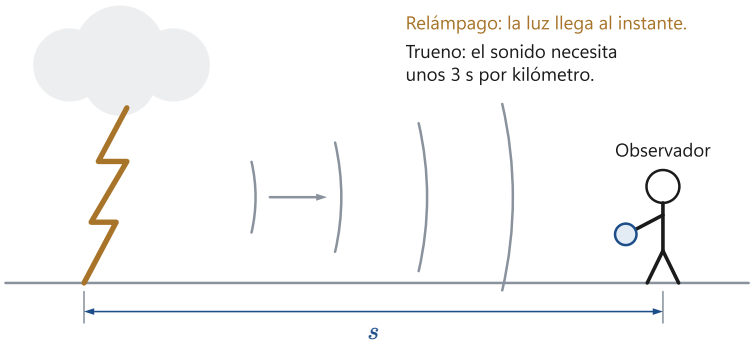


Fig. 8.8 Telémetro: del tiempo entre relámpago y trueno resulta la distancia s

Velocidad del sonido y temperatura

(8.16) ECUACIÓN NUMÉRICA AMPLIACIÓN

$$c \approx 331{,}3 + 0{,}606 \cdot \vartheta$$

El sonido va más rápido en aire caliente. Las escalas telemétricas están calculadas para una temperatura fija, casi siempre 20 °C.

Validez: valores numéricos: ϑ en °C, c en $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; aire seco, de unos −20 °C a 40 °C.

c	Velocidad del sonido (en el aire, valor numérico en m por segundo)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
ϑ	Temperatura (del aire, en °C)	$^\circ\mathrm{C}$

EJEMPLO ¿A qué velocidad va el sonido un día de invierno a −10 °C?

Datos: $\vartheta = -10^\circ\mathrm{C}$

$$\begin{aligned} c &\approx 331{,}3 + 0{,}606 \cdot \vartheta \\ &= 331{,}3 + 0{,}606 \cdot (-10) \\ &\approx 325{,}2\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

A unos $325\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, un 5 % menos que a 20 °C. Una escala telemétrica indica entonces un 5 % de más.

Pulsómetro

(8.17) OFICIAL

$$f_\mathrm{P} = \frac{N_\mathrm{P}}{t}$$

Poner en marcha el cronógrafo, contar el número de pulsaciones indicado en la escala y detener: la aguja señala las pulsaciones por minuto. La escala asmométrica cuenta del mismo modo las respiraciones.

f_P	Frecuencia del pulso	$\frac{1}{\mathrm{min}}$
N_P	Número de pulsaciones contadas (calibración de la escala, casi siempre 15 o 30)	1
t	Tiempo (cronometrado)	s

EJEMPLO Una escala pulsométrica está calibrada para 30 pulsaciones. Para 30 pulsaciones se cronometran 20 s. ¿Qué número figura en la escala?

Datos: $N_\mathrm{P} = 30; \quad t = 20\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} f_\mathrm{P} &= \frac{N_\mathrm{P}}{t} \\ &= \frac{30}{20\,\mathrm{s}} \\ &= 1{,}5\,\frac{1}{\mathrm{s}} \cdot 60\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{min}} \\ &= 90\ \tfrac{1}{\mathrm{min}} \end{aligned}$$

La aguja señala 90 pulsaciones por minuto.

Minutos decimales

(8.18) ECUACIÓN NUMÉRICA OFICIAL

$$t_{\text{dez}} = \frac{t}{60}$$

t_{dez}	Tiempo en minutos como número decimal	min
t	Tiempo (cronometrado, en s)	s

Para los cronometrajes de trabajo, la escala decimal divide el minuto en 100 partes. Una centésima de minuto dura 0,6 s. Con minutos decimales los tiempos se suman sin conversiones y se multiplican por el número de piezas.

Validez: valores numéricos: t en s, resultado en min.

EJEMPLO Una operación dura 39 s. ¿Qué indica la escala decimal?

Datos: $t = 39\,\text{s}$

$$\begin{aligned} t_{\text{dez}} &= \frac{t}{60} \\ &= \frac{39}{60} \\ &= 0{,}65\,\text{min} \end{aligned}$$

0,65 min, es decir, 65 centésimas de minuto.

Regla: Tres segundos entre relámpago y trueno son aproximadamente un kilómetro.

Símbolos

Todos los símbolos de este formulario con su significado, unidad habitual y capítulo. Un mismo símbolo puede significar cosas distintas en capítulos distintos; lo determinante es siempre la tabla de magnitudes de cada fórmula.

A	Amplitud	°, rad	Cap. 3, 4, 5, 6
ΔA	Caída de amplitud	°	Cap. 6
a	distancia entre centros	mm	Cap. 2
a	Distancia	m	Cap. 4
a	Distancia entre centros	mm	Cap. 5
a	Fracción de tiempo en posiciones horizontales	1	Cap. 6
a	Edad de la Luna	d	Cap. 8
A_0	Amplitud inicial	°	Cap. 3
A_0	Amplitud con cuerda completa	°	Cap. 6
A_1	Amplitud antes	rad	Cap. 4
A_2	Amplitud después	rad	Cap. 4
A_{24}	Amplitud tras 24 horas de funcionamiento	°	Cap. 6
α	Ángulo de presión	°	Cap. 2
α	Coeficiente de dilatación lineal	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Cap. 4
α_1	Coeficiente de dilatación lineal de las piezas que actúan hacia abajo	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Cap. 4
α_2	Coeficiente de dilatación lineal de las piezas que actúan hacia arriba	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Cap. 4
α_S	Coeficiente de dilatación lineal de la espiral	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Cap. 3
α_U	Coeficiente de dilatación lineal del volante	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Cap. 3
A_N	Amplitud tras N_S oscilaciones	°	Cap. 3
a_U	Distancia entre centros de áncora y volante	mm	Cap. 5
A_Z	Amplitud indicada por el cronocomparador	°	Cap. 6
B	Densidad de flujo magnético	$\frac{\mathrm{V{\cdot}s}}{\mathrm{m^2}}$	Cap. 6
B	Ángulo anual	°	Cap. 8
b	Altura de la lámina	mm	Cap. 1, 3
b	Golpes en cada media hora	1	Cap. 2
b_1	Altura de la lámina del muelle original	mm	Cap. 1
b_2	Altura de la lámina del muelle de sustitución	mm	Cap. 1
β	Ángulo	°	Cap. 3
β	Coeficiente de temperatura del cuarzo	$\frac{\mathrm{ppm}}{\mathrm{K^2}}$	Cap. 7
β_B	Recorrido del áncora de tope a tope	°	Cap. 5
β_E	Coeficiente de temperatura del módulo de elasticidad de la espiral	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Cap. 3
β_G	Ángulo del áncora mientras la elipse está en la horquilla	°	Cap. 5
β_H	Impulso en el áncora	°	Cap. 5
β_R	Reposo	°	Cap. 5
β_V	recorrido perdido	°	Cap. 5
b_K	Anchura de la paleta, medida en la periferia de la rueda	mm	Cap. 5
C	Coeficiente de temperatura de la marcha	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d{\cdot}K}}$	Cap. 3, 6
c	Juego de cabeza entre la cabeza de la rueda y el fondo del piñón	mm	Cap. 2
c	Velocidad del sonido	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	Cap. 8
C_N	Capacidad nominal de la pila	mAh	Cap. 7
D	Par recuperador	$\frac{\mathrm{\mu N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$	Cap. 3, 5

D	Diferencia vertical–horizontal	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 6
ΔD	Variación del par recuperador	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$	Cap. 3
d	Diámetro	mm	Cap. 1, 6
d	Diámetro primitivo	mm	Cap. 2
d'_a	Diámetro de cabeza del piñón	mm	Cap. 2
d'_f	Diámetro de pie del piñón	mm	Cap. 2
d_a	Diámetro de cabeza	mm	Cap. 2
d_a	Diámetro de la espira exterior	mm	Cap. 3
d_a	Diámetro exterior del cilindro	mm	Cap. 5
d_b	Diámetro del círculo base	mm	Cap. 2
d_f	Diámetro de pie	mm	Cap. 2
d_i	Diámetro de la espira interior	mm	Cap. 3
d_m	Medida entre las superficies de medición	mm	Cap. 2
d_S	Grosor del cable o de la cuerda	mm	Cap. 1
d_w	Diámetro efectivo del tambor	mm	Cap. 1
E	Módulo de elasticidad	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Cap. 1, 3
E	Ecuación de tiempo	min	Cap. 8
e	Radio de la curva terminal	mm	Cap. 3
η	Rendimiento	1	Cap. 1, 2, 5
η_F	Rendimiento del muelle en el barrilete	1	Cap. 1
η_ges	Rendimiento total del tren de engranajes	1	Cap. 2
F	Fuerza	N	Cap. 6
Δf	Desviación de frecuencia	Hz	Cap. 7
f	Frecuencia	Hz	Cap. 3, 6, 7
f_aus	Frecuencia a la salida del divisor	Hz	Cap. 7
f_ist	Frecuencia medida	Hz	Cap. 3
f_M	Frecuencia de los impulsos del motor	Hz	Cap. 7
f_P	Frecuencia del pulso	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Cap. 8
f_soll	Frecuencia nominal	Hz	Cap. 3
G	Marcha	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 3, 6, 7, 8
G	Marcha del reloj en segundos por día	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 4
ΔG	Variación de marcha	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 3, 4, 7
ΔG	Error de isocronismo	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 6
Δg	Variación de la aceleración de la gravedad	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	Cap. 4
$\bar{G}$	Marcha media	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 6
g	Aceleración de la gravedad	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	Cap. 1, 3, 4, 6
g	Aceleración de la gravedad en el lugar anterior	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	Cap. 4
G_0	Marcha con cuerda completa	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 6
G_1	Marcha a la temperatura más baja	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 3
G_1	Marcha el primer día de control	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 6
G_{15}	Marcha el último día de control	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 6
G_2	Marcha a la temperatura más alta	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 3
G_2	Marcha el segundo día de control	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 6
G_{24}	Marcha tras 24 horas de funcionamiento	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 6
G_{38}	Marcha a 38 °C	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 6

G_8	Marcha a 8 °C	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 6
γ	Medio ángulo de abarque	$^\circ$	Cap. 5
γ_F	Caída	$^\circ$, rad	Cap. 5
γ_H	Impulso en la rueda	$^\circ$	Cap. 5
G_f	Marcha media de las posiciones horizontales	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 6
G_h	Marcha media de las posiciones verticales	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 6
ΔG_L	Diferencia máxima entre posiciones	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 6
G_m	Marcha a la temperatura media	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 3
G_max	Marcha máxima de todas las posiciones	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 6
G_min	Marcha mínima de todas las posiciones	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 6
G_T	Marcha esperada en uso	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 6
ΔG_W	Recuperación de la marcha	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 6
H	Intensidad de campo magnético	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$	Cap. 6
h	Altura	mm, m	Cap. 1, 6
h	Altitud	m	Cap. 4
I	Intensidad de corriente	mA	Cap. 7
i	Relación de transmisión	1	Cap. 2
i_G	Relación de transmisión en la posición central	1	Cap. 5
i_ges	Relación de transmisión total	1	Cap. 2
I_IC	Consumo del circuito con oscilador	$\mathrm{\mu A}$	Cap. 7
I_Imp	Corriente por la bobina durante el impulso	mA	Cap. 7
I_m	Consumo medio del movimiento	$\mathrm{\mu A}$	Cap. 7
i_R	Reducción de la cuerda automática	1	Cap. 1
i_U	Reducción	1	Cap. 7
i_W	Relación de transmisión de la rueda de clavijas al volante de aletas	1	Cap. 2
J	Momento de inercia	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$	Cap. 3
ΔJ	Variación del momento de inercia	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$	Cap. 3
j	Juego entre flancos sobre el círculo primitivo	mm	Cap. 2
J_A	Momento de inercia respecto al eje de giro	$\mathrm{kg{\cdot}m^2}$	Cap. 4
J_S	Momento de inercia respecto al eje paralelo que pasa por el centro de gravedad	$\mathrm{kg{\cdot}m^2}$	Cap. 4
J_Z	Momento de inercia conocido del disco montado	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$	Cap. 3
K	Valor CGS de la espiral	$\frac{\mathrm{N{\cdot}mm^3}}{\mathrm{rad}}$	Cap. 3
k	Número	1	Cap. 1, 2, 8
k	Suplemento de cabeza	1	Cap. 2
k	Última hora tocada	1	Cap. 2
k	Abarque en pasos	1	Cap. 5
k'	Suplemento de cabeza del piñón	1	Cap. 2
k_A	Factor de amplitud del desequilibrio	1	Cap. 3
k_F	Grado de llenado: fracción de la superficie libre que cubre el muelle	1	Cap. 1
Δl	Variación de longitud	mm	Cap. 3, 4
Δl	Desplazamiento de la lenteja en mm	mm	Cap. 4
l	Longitud	mm	Cap. 1, 3
l	Longitud del péndulo	m, mm	Cap. 4
l	Longitud del péndulo en mm	mm	Cap. 4
l_1	Longitud activa en la prueba	mm	Cap. 3
l_1	Longitud total de las piezas que actúan hacia abajo	m	Cap. 4

l_2	Longitud activa necesaria	mm	Cap. 3
l_2	Longitud total de las piezas que actúan hacia arriba	m	Cap. 4
λ	Ángulo de levantamiento	$^\circ$	Cap. 5, 6
λ	Longitud geográfica del lugar	$^\circ$	Cap. 8
λ_Z	Ángulo de levantamiento ajustado en el cronocomparador	$^\circ$	Cap. 6
λ_Z	Longitud geográfica del meridiano del huso	$^\circ$	Cap. 8
l_G	Longitud de la horquilla	mm	Cap. 5
l_P	Distancia entre los dos puntos de contacto	mm	Cap. 5
l_r	longitud reducida del péndulo	m	Cap. 4
l_Z	Longitud de un diente	mm	Cap. 5
M	Par	$\mathrm{N{\cdot}mm}$, $\mathrm{N{\cdot}m}$, $\mu\mathrm{N{\cdot}m}$	Cap. 1, 2, 3
Δm	Masa de la pesa de ajuste	g	Cap. 4
m	Masa	kg, mg	Cap. 1, 3, 4
m	Módulo	mm	Cap. 2
M'	Par en el eje del piñón accionado	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 2
M_1	Par del muelle original	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 1
m_1	Módulo del engrane cañón de minutos y rueda de minutería	mm	Cap. 2
M_2	Par del muelle de sustitución	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 1
m_2	Módulo del engrane piñón de minutería y rueda de horas	mm	Cap. 2
M_F	Par del barrilete en el mismo instante	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 1
M_F	Par en el barrilete	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 2
M_H	Par en la rueda de escape	$\mu\mathrm{N{\cdot}m}$	Cap. 2, 5
M_m	Par medio a lo largo de esas vueltas	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 1
M_max	Par máximo transmisible elásticamente	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 1
M_S	Par en el caracol	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 1
m_S	Masa de un tornillo	mg	Cap. 3
μ	Coeficiente de rozamiento	1	Cap. 5
m_u	Sobrepeso	$\mu\mathrm{g}$	Cap. 3
μ_0	Constante magnética	$\frac{\mathrm{V{\cdot}s}}{\mathrm{A{\cdot}m}}$	Cap. 6
N	Vueltas	1	Cap. 1, 4
N	Número	1	Cap. 2, 3, 7
N	Número del día en el año	1	Cap. 8
n	Velocidad de giro	$\frac{1}{\mathrm{h}}$	Cap. 2
n	Número	1	Cap. 6, 7
n'	Velocidad de giro del piñón accionado	$\frac{1}{\mathrm{h}}$	Cap. 2
n_1	Número de alternancias en la prueba	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Cap. 3
N_{12}	Golpes de las horas en 12 horas	1	Cap. 2
n_2	Número de alternancias	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Cap. 3
N_A	Golpes por vuelta de la rueda motriz	1	Cap. 2
N_ab	Espiras del muelle desarmado	1	Cap. 1
N_auf	Espiras del muelle armado	1	Cap. 1
N_d	Golpes en 24 horas	1	Cap. 2
N_d	Número de días del ciclo	1	Cap. 8
n_d	Golpes por día	$\frac{1}{\mathrm{d}}$	Cap. 2
N_E	Número de curva terminal	1	Cap. 3

n_F	Número de años hasta que el calendario se desvía un día del año solar	1	Cap. 8
n_H	Velocidad de giro de la rueda de escape	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Cap. 2, 5
n_h	Número de alternancias	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Cap. 2, 3, 4, 5
n_h	Número de alternancias por minuto	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Cap. 4
n_ist	Número de alternancias medido	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Cap. 6
N_K	Vueltas de la corona	1	Cap. 1
N_M	Vueltas de la aguja de minutos	1	Cap. 1
n_M	Velocidad de giro de la rueda de centro	$\frac{1}{\mathrm{h}}$	Cap. 2
N_max	Número máximo posible de vueltas del barrilete	1	Cap. 1
N_P	Número de pulsaciones contadas	1	Cap. 8
N_R	Vueltas del rotor	1	Cap. 1
n_R	Velocidad de giro	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Cap. 7
N_S	Número de oscilaciones completas	1	Cap. 3
n_S	Velocidad de giro de la rueda de segundos	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Cap. 2, 7
n_S	Número de años bisiestos en el ciclo	1	Cap. 8
N_Sch	Golpes por vuelta de la rueda contadora	1	Cap. 2
n_soll	Número de alternancias nominal	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Cap. 6
N_W	Revoluciones del tambor	1	Cap. 1
n_Z	Número de años del ciclo	1	Cap. 8
ω	pulsación	$\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$	Cap. 3
ω_max	Velocidad angular del volante al pasar por la posición de reposo	$\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$	Cap. 3
$\overline{\Delta G}$	Variación media de marcha	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 6
P	Potencia	$\mu\mathrm{W}$	Cap. 1, 3
P	Paso de rosca	mm	Cap. 4
p	Paso	mm	Cap. 2
p	Separación entre espiras	mm	Cap. 3
p	Presión	bar	Cap. 6
p_dyn	Presión dinámica	bar	Cap. 6
P_U	Potencia que llega al volante o al péndulo	$\mu\mathrm{W}$	Cap. 1
Q	Factor de calidad	1	Cap. 3, 5
R	Radio interior	mm	Cap. 1
R	Radio	mm	Cap. 5
Δr	Desplazamiento del centro de gravedad	mm	Cap. 3
r	Radio	mm	Cap. 1, 3
r_A	Brazo del áncora	mm	Cap. 5
r_a	Radio de la espira exterior	mm	Cap. 3
r_E	Radio de la elipse respecto al eje del volante	mm	Cap. 5
r_F	Radio del barrilete	mm	Cap. 1
ρ	Radio	mm	Cap. 1
ρ	Ángulo de rozamiento	$^\circ$	Cap. 5
r_i	Radio interior del paquete del muelle desarmado	mm	Cap. 1
r_i	Radio de la espira interior	mm	Cap. 3
r_S	Radio efectivo del caracol en el punto donde se desenrolla la cadena	mm	Cap. 1
r_S	Distancia de su centro de gravedad al eje del volante	mm	Cap. 3
r_u	Distancia del sobrepeso al eje del volante	mm	Cap. 3
S	Error secundario	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 3

S	Estado	s	Cap. 6
ΔS	Variación del estado	s	Cap. 6
Δs	Variación del espesor de la lámina	$\mu\mathrm{m}$	Cap. 3
s	Espesor de la lámina	mm	Cap. 1, 3
s	Espesor del diente	mm	Cap. 2
s	espesor de la lámina	$\mu\mathrm{m}$	Cap. 3
s	Recorrido	km, m	Cap. 8
s'	Espesor del diente del piñón sobre el círculo primitivo	mm	Cap. 2
S_1	Estado en la primera lectura	s	Cap. 6
s_1	Espesor de la lámina del muelle original	mm	Cap. 1
S_2	Estado en la segunda lectura	s	Cap. 6
s_2	Espesor de la lámina del muelle de sustitución	mm	Cap. 1
s_E	Autodescarga	$\frac{\%}{\mathrm{a}}$	Cap. 7
s_F	Caída como recorrido	mm	Cap. 5
σ_zul	Tensión de flexión admisible	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Cap. 1
$\sum G_i$	Suma de las marchas individuales, con signo	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 6
$\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1} \rvert$	Suma de los cinco valores absolutos: diferencia entre las dos marchas diarias de cada posición	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 6
T	Período de oscilación	s	Cap. 3, 4
Δt	Desviación de la indicación respecto a la edad real de la Luna	d	Cap. 2
Δt	Desfase de las alternancias respecto a la frecuencia patrón durante el tiempo de medición	ms	Cap. 6
Δt	Diferencia de hora local	min	Cap. 8
t	Tiempo	s, d, h	Cap. 3, 6, 7, 8
t'_U	Período de revolución del piñón	s	Cap. 2
T_0	Período de oscilación con amplitud muy pequeña	s	Cap. 4
T_1	Período de oscilación sin disco	s	Cap. 3
t_1	Instante de la primera lectura	d	Cap. 6
t_1	Duración de una semioscilación	ms	Cap. 6
T_2	Período de oscilación con disco	s	Cap. 3
t_2	Instante de la segunda lectura	d	Cap. 6
t_2	Duración de la semioscilación siguiente	ms	Cap. 6
t_A	Período de revolución del eje motriz	d	Cap. 2
t_A	Error de batido	ms	Cap. 6
τ	Paso	$^\circ$	Cap. 5
t_dez	Tiempo en minutos como número decimal	min	Cap. 8
T_E	Año sidéreo	d	Cap. 8
t_F	Período de revolución del barrilete	h	Cap. 1
t_F	Tiempo de funcionamiento hasta que la indicación se desvía Δt	d	Cap. 2
t_G	Autonomía	h, d	Cap. 1, 2
t_H	Tiempo de levantamiento	ms	Cap. 6
t_I	Período de inhibición	s	Cap. 7
t_Imp	Duración del impulso	ms	Cap. 7
T_J	Año trópico	d	Cap. 8
T_K	Duración media del año del calendario	d	Cap. 8
t_L	Duración indicada de una lunación	d	Cap. 2

T_M	Período de los impulsos del motor	s	Cap. 7
t_M	Período de revolución de la rueda de centro	h	Cap. 1
t_M	Tiempo de medición	s	Cap. 6
t_M	Tiempo medio local	min	Cap. 8
t_N	Hora patrón	s	Cap. 6
t_R	Reserva de marcha	h	Cap. 1
T_S	Duración de la alternancia	s	Cap. 4
t_s	Tiempo entre dos saltos	d	Cap. 2
T_sid	Mes sidéreo	d	Cap. 8
T_So	Día solar medio	s	Cap. 8
T_St	Día sidéreo	s	Cap. 8
T_syn	Mes sinódico	d	Cap. 2, 8
t_U	Período de revolución del eje motor	h	Cap. 1
t_U	Período de revolución de la rueda motriz	s	Cap. 2
t_U	Indicación del reloj	s	Cap. 6
t_W	Período de revolución del tambor	h	Cap. 1
t_W	Tiempo solar verdadero local	min	Cap. 8
t_Z	Hora del huso	min	Cap. 8
U	Vueltas necesarias de la rueda motriz	1	Cap. 2
U	Tensión	V	Cap. 7
u_G	Error máximo de la marcha debido a la lectura	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 6
U_N	Tensión nominal de la pila	V	Cap. 7
u_S	Error máximo de lectura de un estado	s	Cap. 6
U_W	Vueltas del volante de aletas por golpe	1	Cap. 2
v	Velocidad	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$	Cap. 6, 8
ε	Ángulo	$^\circ$	Cap. 6
φ	Ángulo de torsión	rad	Cap. 1
φ	Ángulo	$^\circ$, rad	Cap. 3
φ	latitud geográfica	$^\circ$	Cap. 4
φ_E	Arco suplementario	$^\circ$	Cap. 5
φ_S	Ángulo de paso del rotor	$^\circ$	Cap. 7
ϱ	Densidad	$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$	Cap. 6
$\Delta\vartheta$	Variación de temperatura	K	Cap. 4
ϑ	Temperatura	$^\circ\mathrm{C}$	Cap. 7, 8
ϑ_0	Temperatura del punto de inversión	$^\circ\mathrm{C}$	Cap. 7
ϑ_1	Temperatura de ensayo más baja	$^\circ\mathrm{C}$	Cap. 3
ϑ_2	Temperatura de ensayo más alta	$^\circ\mathrm{C}$	Cap. 3
v_F	Fracción del trabajo de la rueda que se pierde en la caída	$\%$	Cap. 5
W	Trabajo	mJ, J	Cap. 1, 7
W	Energía	$\mu\mathrm{J}$, J	Cap. 3, 7
ΔW	Pérdida de energía por oscilación completa	$\mu\mathrm{J}$	Cap. 3
W_ab	Trabajo entregado al desarmarse	mJ	Cap. 1
W_auf	Trabajo empleado al dar cuerda	mJ	Cap. 1
W_max	Energía máxima almacenable elásticamente	mJ	Cap. 1
W_S	Trabajo de la rueda de escape por alternancia	$\mu\mathrm{J}$	Cap. 5
W_U	Trabajo aportado al volante por alternancia	$\mu\mathrm{J}$	Cap. 5

x	Distancia	mm	Cap. 4
z	Número de dientes	1	Cap. 2, 5
z'	Número de dientes del piñón	1	Cap. 2
z'_1	Número de dientes del piñón de la primera rueda de reducción	1	Cap. 1
z'_1	Número de dientes del primer piñón accionado	1	Cap. 2
z'_2	Número de dientes del piñón de la segunda rueda de reducción	1	Cap. 1
z'_2	Número de dientes del segundo piñón accionado	1	Cap. 2
z'_3	Número de dientes del tercer piñón accionado	1	Cap. 2
z'_A	Número de dientes del piñón de remontuar	1	Cap. 1
z'_B	Número de dientes del piñón de la rueda suplementaria	1	Cap. 1
z'_H	Número de dientes del piñón de escape	1	Cap. 2
z'_K	Número de dientes del piñón corredizo	1	Cap. 1
z'_K	Número de dientes del piñón intermedio	1	Cap. 2
z'_M	Número de dientes del piñón de centro	1	Cap. 1
z'_N	Número de dientes del piñón en el eje de la rueda de clavijas	1	Cap. 2
z'_R	Número de dientes del piñón del rotor	1	Cap. 1
z'_S	Número de dientes del piñón de segundos	1	Cap. 2
z'_Sch	Número de dientes del piñón en el eje de la rueda de clavijas, que acciona la rueda contadora	1	Cap. 2
z'_W	Número de dientes del piñón de minutería	1	Cap. 2
z_1	Número de dientes de la primera rueda de reducción	1	Cap. 1
z_1	Número de dientes de la primera rueda motriz	1	Cap. 2
z_2	Número de dientes de la segunda rueda de reducción	1	Cap. 1
z_2	Número de dientes de la segunda rueda motriz	1	Cap. 2
z_{24}	Número de dientes de la rueda de 24 horas	1	Cap. 2
z_3	Número de dientes de la tercera rueda motriz	1	Cap. 2
z_A	Número de dientes de la rueda motriz montada en el cañón de horas	1	Cap. 2
z_A	Número de dientes de la rueda motriz	1	Cap. 2
z_B	Número de dientes de la rueda suplementaria	1	Cap. 1
z_F	Número de dientes del barrilete	1	Cap. 1
z_H	Número de dientes de la rueda de escape	1	Cap. 2
z_K	Número de dientes de la rueda intermedia	1	Cap. 2
z_M	Número de dientes de la rueda de centro	1	Cap. 2
z_N	Número de clavijas de levantamiento	1	Cap. 2
z_S	Número de dientes de la rueda de segundos	1	Cap. 2
z_Sch	Número de dientes de la rueda de la rueda contadora	1	Cap. 2
z_Sp	Número de dientes del rochete	1	Cap. 1
z_St	Número de dientes de la rueda de horas	1	Cap. 2
z_V	Número de dientes del cañón de minutos	1	Cap. 1, 2
z_W	Número de dientes de la rueda de minutería	1	Cap. 2

Índice alfabético

A

Abarque 98
Abarque del áncora 98
accionamiento por peso 20
accionamiento por peso, altura de caída 20
Aceleración de la gravedad según latitud y altitud 93
Aceleración de la gravedad, lugar 93
acortar la espiral 66
Ajuste digital 138
alternancia 59
altura de cabeza 42
altura de caída 20
Altura de caída del peso 20
Altura de la lámina 61
altura de pie 45
altura del diente 45
amortiguamiento, volante 77
Amplitud a partir del ángulo de levantamiento y el tiempo de levantamiento 120
Amplitud a partir del balance energético 108
Amplitud con el ángulo de levantamiento mal ajustado 121
Amplitud mínima 111
Amplitud, ángulo de levantamiento erróneo 121
Amplitud, balance energético 108
Amplitud, cronocomparador 120
Amplitud, péndulo 90
amplitud, volante 60
Anchura de las paletas 110
Anchura de las paletas del escape Graham 110
Áncora, abarque 98
Áncora, distancia entre centros 99
Ángulo anual para la ecuación de tiempo 148
Ángulo de caída 96
Ángulo de levantamiento, cronocomparador 121
Ángulo de levantamiento, horquilla 103
Ángulo de paso 139
ángulo de presión 49
Ángulo de rozamiento 101
Ángulo de tiro 101
Ángulo del volante en función del tiempo 60
Año bisiesto 145
Año del calendario 145
Año trópico 146
Años hasta un día de desviación 146
Antichoque, prueba 131
Antimagnético 130
Arco suplementario 97
Arco suplementario del péndulo 111
Arco suplementario del volante 97
Arco suplementario, péndulo 111
aro del volante 67
Asmómetro 154
Autodescarga 133
Autonomía 18
Autonomía a partir de la altura de caída 21
Autonomía a partir de la capacidad y el consumo 132
Autonomía a partir de las vueltas del barrilete 18
Autonomía con autodescarga 133
Autonomía de la pila 132
autonomía, accionamiento por peso 21
Avance por alternancia 95

B

Balance energético, volante 108
barrilete 6
barrilete, relación de transmisión 17
Batido 118
Brazo del áncora 99

C

Cadena divisora 135
cadena y caracol 22
Caída 96
Caída como recorrido de la punta del diente 97
Caída de amplitud 125
Caída de amplitud en 24 horas 125
Caída, como recorrido 97
Caída, pérdida 107
Calendario gregoriano 145
Calendario juliano 145
Calendario perpetuo 147
Calendario secular 147
Campo magnético 130
cañón de minutos 37
Capacidad de la pila 132
caracol 22
Centésima de minuto 155
Centro de oscilación 88
CET 150
Ciclo de años bisiestos 147
Cilindro, diámetro 112
Círculo base 49
círculo de cabeza 42
Círculo de cabeza de la rueda 42
Círculo de cabeza del dentado de evolvente 49
Círculo de cabeza del piñón 44
círculo de cabeza, evolvente 49
círculo de cabeza, piñón 44
círculo de división 39
círculo de pie 45
Círculo de pie de la rueda 45
Círculo de pie del dentado de evolvente 49
Círculo de pie del piñón 46
Círculo de pie del piñón (valor orientativo) 45
círculo de pie, evolvente 49
círculo de pie, piñón 45, 46
círculo divisorio 9
Círculo divisorio con la longitud óptima 9
Círculo primitivo a partir de la distancia entre centros 41
coeficiente de temperatura 73
Coeficiente de temperatura a partir de la medición 74
Coeficiente de temperatura a partir de los datos de los materiales 73
Coeficiente de temperatura en el control de cronómetros 127
Coeficiente de temperatura, control de cronómetros 127
coeficiente de temperatura, medición 74

coeficiente termoelástico 73
Columna de agua 128
Compensación de temperatura con dos materiales 92
Comportamiento térmico del cuarzo de diapasón 137
Condición para la rueda de segundos 35
Consumo 132
Consumo medio 140
Consumo medio del movimiento 140
Contador de producción 152
contar números de dientes 34
Contenido energético de la pila 133
Control de cronómetros 126
control de cronómetros, temperatura 74
Cronocomparador, amplitud 120
Cronocomparador, marcha 117
Cuarzo de diapasón 137
Cuarzo, comportamiento térmico 137
cuerda automática 26
cuerda completa 25
cuerda manual 25
cuerda por corona 25
curva terminal 65

D

Delta, posiciones 123
Densidad de flujo e intensidad de campo en el aire 130
dentado cicloidal 42
dentado de evolvente 49
dentado relojero 42
desequilibrio 70
Desplazamiento de la lenteja a partir de marcha y número de alternancias (fórmula de taller) 84
Desplazar la lenteja 84
desviación de frecuencia 71
Desviación de frecuencia 136
determinar una rueda que falta 34, 44
Día sidéreo 144
Día sidéreo a partir del día solar y el año 144
Día solar medio 144
diámetro de núcleo, piñón 45
Diámetro efectivo del tambor 19
diámetro efectivo del tambor 19
Diámetro primitivo 39
Días del ciclo de años bisiestos 147
diente del piñón 44
Dientes abarcados 98
Diferencia entre posiciones 123
Diferencia máxima entre posiciones 123
Diferencia vertical–horizontal 123
Disco de fases lunares 53
disco lunar 53
distancia entre centros 40
Distancia entre centros de rueda y áncora 99
Distancia entre centros, rueda y áncora 99
Distancia entre los puntos de contacto 100
división 39
Divisor de frecuencia 135
Duración de la alternancia (semioscilación) 80
Duración del impulso 140
Duración media del año del calendario 145

E

Ecuación 147
Ecuación de tiempo 147
Ecuación de tiempo a partir de la fecha 148
Ecuación de tiempo, fórmula aproximada 148
Edad de la Luna 151
Edad de la Luna a partir de la fecha 151
elegir la espiral 72
Elipse 103
Elipse (clavija de impulso) 103
Elipse, radio 104
emparejamiento volante y espiral 72
Emparejamiento: par recuperador para volante y número de alternancias 72
Energía almacenada del muelle ideal 15
energía de oscilación 75
Energía de un impulso del motor 141
Energía del impulso 141
Energía del peso 21
Energía del volante en oscilación 75
energía máxima 15
Energía máxima almacenable 15
Energía potencial 21
energía, accionamiento por peso 21
energía, barrilete 16
energía, muelle real 15
energía, volante 75
enrollador de relojes 27
ensayo de oscilación libre 77
Envejecimiento, cuarzo 137
equilibrado 70
Error circular 90
Error de batido 118
Error de batido como ángulo 119
Error de batido, ángulo 119
Error de isocronismo a partir de 0 h y 24 h 124
Error de la marcha debido a la lectura 131
Error de lectura 131
Error de medición, marcha 131
error de posición 70
Error de posición 123
Error de temperatura, péndulo 91
error de temperatura, volante 73
Error del calendario 146
error del centro de gravedad 70
Error secundario 75
Escala taquimétrica 152
Escape de cilindro 112
Escape de cilindro: paso, longitud del diente y cilindro 112
Escape Graham 110
Escape Graham, anchura de las paletas 110
Escape libre 97
Escape, rendimiento 107
espesor de la lámina 13, 61
espesor de la lámina a partir de las vueltas 10
espesor del diente 46
Espesor del diente de la rueda 46
espiral Breguet 65
espiral de Arquímedes 63
espiral, espesor y marcha 62
espiral, longitud 63
espiral, par recuperador 61
espiral, vibrado 65
Espiras del muelle armado 6
Espiras del muelle desarmado 7

Estado 113
Estado de cuerda 124

F
Factor de calidad 76, 108
factor de calidad, volante 76
factor de llenado 9
fase lunar 53
Fase lunar 151
fase lunar precisa 54
Fase lunar precisa con relación de transmisión 54
fase lunar, precisión 54
Fórmula de la gravedad 93
Fórmula de taller, desplazamiento de la lenteja 84
Fórmula de taller, longitud del péndulo 82
Frecuencia del cuarzo 32 768 Hz 135
Frecuencia del volante 58
frecuencia, volante 58
Fuerza de presión 129
Fuerza de presión sobre el cristal o el fondo 129

G
Gauss 130
golpe de media hora 50
golpes en 12 horas 50
Golpes por día 50
Golpes por vuelta de la rueda motriz 51
grado de llenado 9
Grado de llenado del barrilete 9
Gravedad normal 93

H
Hermeticidad 128
Hora del huso 150
Hora del huso a partir del reloj de sol 150
Hora local 150
Hora local a partir de la longitud 150
Hora patrón 113
Horquilla 103
Horquilla y elipse: longitudes y ángulos 103
Horquilla, relación de transmisión 105
hueco entre dientes 46

I
Igual distancia entre centros en la minutería 38
Impulso del motor 140
Impulso y caída en la rueda 96
Impulso, en el áncora 102
Impulso, en la rueda 96
Indicación de 24 horas 38
Influencia del espesor de la lámina 13
Inhibición 138
Inhibición: corrección de marcha suprimiendo impulsos 138
inversor 26
ISO 1413 131
ISO 3159 126
ISO 764 130
Isocronismo, 0 h y 24 h 124
Isocronismo, péndulo 90

J
juego de cabeza 46
juego de los dientes 47
Juego entre flancos 47

L
línea de engrane 49
llenado del barrilete 8
longitud activa 66
Longitud activa para el número de alternancias nominal 66
Longitud de la espiral plana 63
Longitud de la horquilla 105
Longitud de la horquilla a partir de la distancia entre centros 105
Longitud del brazo del áncora 99
longitud del muelle 8
longitud del muelle a partir de las espiras 11
Longitud del muelle a partir de las espiras del muelle desarmado 11
Longitud del péndulo 81
Longitud del péndulo a partir de alternancias por minuto (fórmula de taller) 82
Longitud del péndulo a partir del número de alternancias 81
Longitud geográfica 150
Longitud óptima del muelle 8
Longitud reducida del péndulo 88
Luna nueva 151

M
Marcha 114
Marcha a partir de dos estados 114
Marcha a partir de la desviación de frecuencia 71
Marcha a partir de la desviación del número de alternancias 116
Marcha a partir del desfase de las alternancias 117
Marcha de un reloj de tiempo sidéreo respecto al tiempo medio 144
Marcha del reloj de cuarzo a partir de la desviación de frecuencia 136
Marcha diaria 114
Marcha diaria media 115
Marcha en uso 124
Marcha en uso a partir de dos grupos de posiciones 124
Marcha media 115
Marcha, a partir del número de alternancias 116
Marcha, en uso 124
marcha, frecuencia 71
Marcha, longitud del péndulo 83
marcha, momento de inercia 68
Marcha, por mes 114
Marcha, recuperación 127
Marcha, reloj de cuarzo 136
Marcha, tiempo sidéreo 144
masas de regulación 68
medir el círculo de cabeza 48
Medir el círculo de cabeza con número de dientes impar 48
medir el momento de inercia 72
Medir el momento de inercia con un disco adicional 72
medir el rendimiento 56
Mes sidéreo 145
mes sinódico 53
Mes sinódico 145
Mes sinódico a partir de la revolución lunar 145
Miliamperio-hora 132
Minutería 37
minutería, distancia entre centros 38
Minutos decimales 155
Módulo 39

módulo a partir de la distancia entre centros 40
módulo a partir del círculo de cabeza 44
Módulo a partir del círculo de cabeza medido 44
módulo de elasticidad, espiral 61
Momento de inercia de tornillos y masas de regulación 68
Momento de inercia del aro (anillo delgado) 67
Momento de inercia respecto a la suspensión (teorema de Steiner) 89
momento de inercia, volante 67
momento de retorno 61
momento directriz 61
Motor Lavet 139
Motor paso a paso 139
movimiento de ocho días 18
muelle de sustitución 14
Muelle de sustitución de igual efecto 14
muelle real, espesor de la lámina 13
muelle real, espiras 6, 7
muelle real, longitud 8
muelle real, par 12
muelle real, sustitución 14

N

necesidad diaria, automático 27
núcleo del árbol 6
número CGS 64
Número CGS de la espiral 64
Número de alternancias a partir de la frecuencia 59
número de alternancias a partir de los números de dientes 33
Número de alternancias a partir del período 81
Número de alternancias a partir del tren de engranajes 33
Número de alternancias a partir del último engrane 36
Número de alternancias del reloj pequeño a partir de los números de dientes 34
Número de alternancias y velocidad de giro de la rueda de escape 95
Número de alternancias, desviación 116
Número de alternancias, péndulo 81
número de alternancias, reloj pequeño 34
Número de alternancias, rueda de escape 95
número de alternancias, volante 59
Número de curva terminal 65
número de dientes impar 48
número de espiral 64
número de espiras 63
Número del día 148
Número máximo de vueltas 10

O

Oscilación libre sin accionamiento 77
oscilación sinusoidal 60

P

Paletas, distancia 100
paquete del muelle 6
paquete del muelle, ancho 9
par del muelle 12
Par del muelle real 12
Par en el caracol 22
Par en el piñón 32
Par en el tambor 20
Par en la rueda de escape 56
par máximo 13
Par máximo a partir de la tensión de flexión admisible 13
par recuperador 61
Par recuperador a partir de las medidas de la espiral 61
Par recuperador de la espiral (momento de retorno) 61
par, accionamiento por peso 20
par, muelle real 12
par, rueda de escape 56
par, tren de engranajes 32
Paso de la rueda de escape 95
Paso y módulo 39
Paso, rueda de escape 95
pedir una espiral 64
Péndulo compensado 92
Péndulo de parrilla 92
Péndulo de segundos 80
Péndulo físico 88
Péndulo, arco suplementario 111
Péndulo, período de oscilación 80
Pérdida por caída 107
Pérdida por la caída 107
Período de oscilación 80
Período de oscilación con amplitud mayor 90
Período de oscilación del péndulo físico 88
Período de oscilación del volante 58
período de oscilación, volante 58
Período de revolución 31
Período de revolución del barrilete 17
Período de revolución del barrilete con rueda suplementaria 18
período de revolución, barrilete 17
Pesa adicional 86
Pesa de ajuste 86
Pesa de ajuste a cualquier altura 87
Pesa de ajuste a media longitud del péndulo 86
Pesa de ajuste, altura 87
Pesa de regulación 87
piñón 29
piñón corredizo 28
piñón de remontuar 25
piñón que falta 44
plantilla de curvas 65
Platillo de regulación 86
Plato de impulso 103
polea móvil 20
Posiciones, horizontales y verticales 123
potencia a partir del par 23
Potencia a partir del par y del período de revolución 23
Potencia en el órgano regulador 24
Potencia media 23
potencia media 23
potencia necesaria 77
Potencia necesaria del volante 77
potencia, órgano motor 23
Potencia, rueda de escape 106
potencia, volante 24, 77
ppm y marcha 136
Presión de prueba 129
Presión de una columna de agua 128
Presión del agua 128
Presión dinámica 129
Presión dinámica al moverse en el agua 129
Prueba de choque 131

puesta en hora 28
Puesta en hora: recorrido de la aguja de minutos 28
pulsación (frecuencia angular) 59
Pulsómetro 154
Punto de inversión 137
punto primitivo 40
Puntos de contacto, distancia 100

R

radio de la curva terminal 65
Radio de la elipse a partir de la distancia entre centros 104
Radio del núcleo del árbol (valor orientativo) 6
raqueta 66
Recorrido del áncora 102
Recorrido del áncora entre los topes 102
Recorrido perdido 102
Recuperación de la marcha 127
Reducción de la cuerda automática 26
Reducción de la minutería 37
Reducción del rotor a la rueda de segundos 140
Reducción, movimiento de cuarzo 140
Régimen estacionario 108
reglaje 71
regulación fina 69
Regulación fina con tornillos de regulación 69
Regulación fina, péndulo 86
regulación, fórmula básica 71
regulación, raqueta 66
Regulación, reloj de péndulo 83, 84
regulación, volante 68
Relación de transmisión 29
relación de transmisión 29
Relación de transmisión de un engrane 29
Relación de transmisión entre horquilla y volante 105
Relación de transmisión total 31
Relación de transmisión, horquilla y volante 105
Reloj de sol 150
Reloj de tiempo sidéreo 144
Rendimiento a partir de pares medidos 56
Rendimiento del escape 107
Rendimiento del muelle real 16
Rendimiento total del tren de engranajes 55
Rendimiento, escape 107
rendimiento, movimiento 24
rendimiento, muelle real 16
rendimiento, tren de engranajes 55
Repère 118
Reposo 102
reserva de marcha 18
reserva de marcha, automático 27
Revolución lunar 145
rochete 25
rotor 26
Rotor 139
Rueda contadora 51
Rueda de cilindro 112
rueda de clavijas 51
rueda de clavijas, relación de transmisión 51
rueda de corona 25
Rueda de escape, paso 95
Rueda de escape, trabajo por alternancia 106
rueda de escape, velocidad de giro 35
Rueda de escape, velocidad de giro 95
rueda de horas 37
rueda de minutería 37
rueda de segundos 35
rueda de segundos que falta 36
Rueda de segundos, movimiento de cuarzo 140
rueda de transmisión 28
rueda intermedia 31, 35
rueda suplementaria 18

S

semioscilación 59
Semioscilación 80
semioscilaciones por hora 33
Separación entre espiras 63
Sonería 50
sonería de rueda contadora 51
sonería, autonomía 52
Steiner, teorema de 89
Suma de los golpes de las horas 50

T

tambor 19
Tangente, escape de áncora 99
Taquímetro 152
Telémetro 153
Telémetro: distancia a partir del tiempo de recorrido del sonido 153
tensión de flexión, muelle real 13
Tiempo de funcionamiento hasta la desviación de la fase lunar 54
Tiempo de levantamiento 120
Tiempo de medición 117
Tiempo sidéreo 144
Tiempo solar medio 147
Tiempo solar verdadero 147
Tiempo solar verdadero local 150
Tiro 101
Tiro: el ángulo de rozamiento como límite 101
Tope 102
tornillos de regulación 68, 69
tornillos del volante 68
Trabajo de la rueda de escape por alternancia 106
trabajo de tensado 15
Trabajo entregado al desarmarse 16
trabajo, barrilete 16
Trabajo, rueda de escape 106
Tren de engranajes 31
tren de rodaje 33
tren reductor 26
Trimmer 138
Tuerca de regulación 84

V

valor CGS 64
Variación de marcha a partir del par recuperador y del momento de inercia 71
Variación de marcha al cambiar la amplitud 90
Variación de marcha con la raqueta 66
Variación de marcha con la tuerca de regulación 84
Variación de marcha por cambio de lugar de instalación 93
Variación de marcha por desequilibrio (error del centro de gravedad) 70
Variación de marcha por el espesor de la lámina 62

Variación de marcha por el momento de inercia 68
Variación de marcha por temperatura 91
Variación de marcha por variación de longitud 83
Variación del estado 114
Variación del estado en un tiempo de funcionamiento 114
Variación media de marcha 126
Vatio-hora 133
Velocidad a partir del tramo de medición y el tiempo cronometrado 152
Velocidad angular máxima 60
velocidad angular, volante 60
velocidad de giro 30
Velocidad de giro de la rueda de escape 35
Velocidad de giro del piñón 30
Velocidad de giro del rotor 139
Velocidad de giro, rueda de escape 95
Velocidad de impacto en una caída 131
Velocidad del sonido 153
Velocidad del sonido y temperatura 154
Velocidad del sonido, temperatura 154
Velocidad, cronógrafo 152
vibrado de la espiral 65
Vibrado: oscilaciones en el tiempo de conteo 65
volante compensado 75
volante de aletas 52
volante sin raqueta 69
volante, período de oscilación 58
volumen del muelle 15
Vueltas de corona para dar cuerda 25
Vueltas del barrilete 7
vueltas del barrilete 7
Vueltas del rotor para una reserva de marcha 27
Vueltas del volante de aletas por golpe 52
Vueltas por cada cuerda 52
vueltas, barrilete 7
vueltas, número máximo 10